El número de la Creación

Un análisis crítico de algunas afirmaciones sobre la sección áurea

Miguel Hoyuelos

La sección áurea, o divina proporción, es el número que, según algunos, Dios utilizó como base para la creación del universo. Es un número irracional aproximadamente igual a 1,618. Se cree que este número está presente no sólo en obras de arte y arquitectura desde la antigüedad, sino también en la naturaleza. Se analizan algunas afirmaciones acerca de la presencia de la sección áurea en la naturaleza. La mayoría se trata de afirmaciones exageradas o erróneas, aunque algunas de ellas tienen cierta base de verdad.

Sección áurea, o divina proporción, es el nombre que comúnmente se usa para el número 1,618… y que se designa con la letra griega Ö (Phi, que se pronuncia 'fi' y no debe confundirse con pi o ð). Este número se define de la siguiente manera: se considera un segmento de longitud C y se lo corta en dos segmentos, de longitudes A y B, de modo que C/A = A/B, como se ve en la Figura 1. Los segmentos resultantes A y B están en divina proporción uno respecto del otro, y el cociente A/B es igual a Ö (que también es igual al cociente C/A). En el recuadro se incluyen detalles matemáticos adicionales.

Euclides (325AC-265AC) fue el primero en referirse a la sección áurea en sus *Elementos*; la denominaba razón de extremo y medio. La fascinación que Ö ha producido a lo largo de la historia podría resumirse con una frase de Johannes Kepler (1571-1630): "La Geometría tiene dos grandes tesoros, uno es el teorema de Pitágoras, el otro es la división de una línea en la razón de extremo y medio; al primero lo podemos comparar con una medida de oro, al segundo podemos nombrarlo una joya preciosa."

Se supone que un rectángulo que posea esta proporción es el más placentero a la vista. En la Figura 2 puede verse un rectángulo con la proporción Ö, junto a otros que corresponden a televisión común, TV de alta definición y película fotográfica. Cada lector puede experimentar cuál es el rectángulo que le resulta más agradable.

Detrás de la sección áurea hay una idea atractiva y estimulante. Muchos creen que este número está presente desde la antigüedad no sólo en obras arquitectónicas, de arte, literatura o música, sino que también subyace semioculto en todo el universo y se manifiesta cuando se observa con cuidado la naturaleza. Sería el número que Dios habría usado como medida para la creación. Esta idea, que tiene algunos siglos de antigüedad, recientemente logró mayor difusión con el éxito de la novela de Dan Brown, *El Código Da Vinci*.

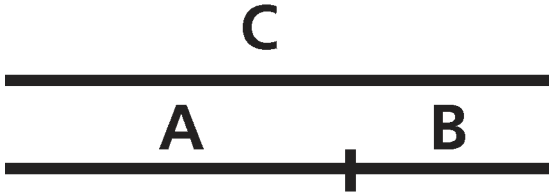


Figura 1. La proporción entre C y A es la misma que entre A y B.

El número Ö.

De la Figura 1 se puede obtener una ecuación para Ö. Como A/B = Ö, de las relaciones C=A+B y C/A=A/B, sale:

1 + 1/ Ö = Ö.

Al multiplicar por Ö se tiene un polinomio de segundo grado cuyas raíces son (1 + v5)/2 y (1 - v5)/2. La solución buscada es la primera raíz (porque la segunda es negativa), y su valor aproximado es 1.618033989… Algunos autores utilizan la letra griega phi minúscula, ö, para designar a la inversa de Ö, y suele recibir, también, el nombre de sección áurea. Una peculiaridad de ambos números es que tienen las mismas cifras decimales: ö = 0.618033989…

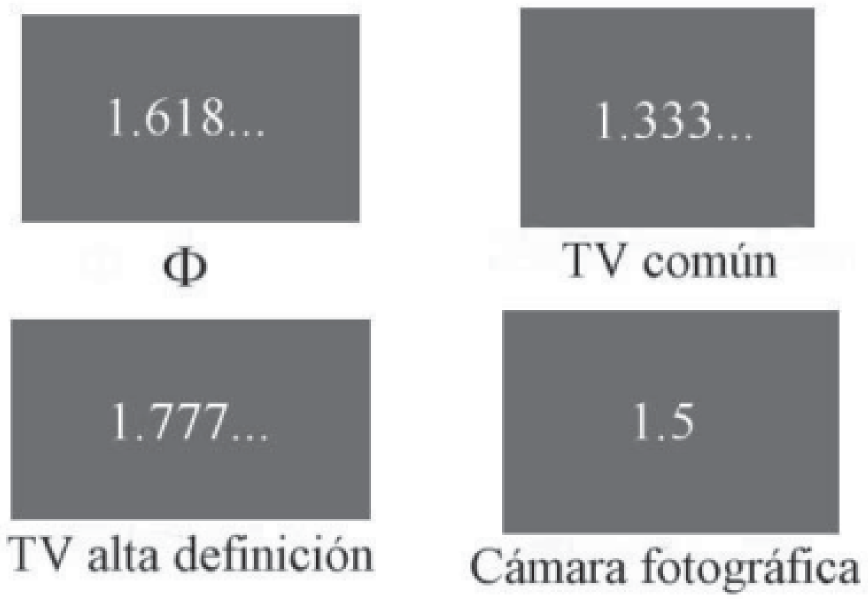


Figura 2. Comparación entre el rectángulo áureo y otros rectángulos comunes. Cada número indica el cociente entre el ancho y el alto.

Este artículo está enfocado en la aparición de la sección áurea en la naturaleza. Para quien desee saber más sobre la sección áurea en obras construidas por la humanidad a lo largo de los siglos, el artículo de Markowsky, 1992, analiza el supuesto uso de la sección áurea en la pirámide de Keops, el Partenón, la Eneida de Virgilio, las pinturas de Leonardo o el edificio de las Naciones Unidas.

Sobre la presencia de la sección áurea en la naturaleza, cito un párrafo de la novela de Brown en el que se expone la ubicuidad y el misterio de este número. El personaje principal, el profesor Langdon, explica el tema a sus alumnos:

> A pesar de los orígenes aparentemente místicos de Phi, prosiguió Langdon, el aspecto verdaderamente pasmoso de ese número era su papel básico en tanto que molde constructivo de la naturaleza. Las plantas, los animales e incluso los seres humanos poseían características dimensionales que se ajustaban con misteriosa exactitud a la razón de Phi a 1. —La ubicuidad de Phi en la naturaleza —añadió Langdon apagando las luces— trasciende sin duda la casualidad, por lo que los antiguos creían que ese número había sido predeterminado por el Creador del Universo. Los primeros científicos bautizaron el uno coma seiscientos dieciocho como "La Divina Proporción".

Más adelante agrega:

> …como veis, bajo el caos del mundo subyace un orden. Cuando los antiguos descubrieron el Phi, estuvieron seguros de haber dado con el plan que Dios había usado para crear el mundo, y por eso le rendían culto a la Naturaleza.

Langdon menciona una serie de ejemplos en los que se observa la aparición de Ö en la naturaleza. Algunos ejemplos tienen base real. Sin embargo, quizá por una licencia literaria o para fortalecer el aspecto místico de una idea que va bien con la novela, exagera la exactitud con la que se observa Ö y omite las razones por las cuales ciertos seres vivos, a través de la evolución, tomaron formas que concuerdan con Ö. El hecho de que estas exageraciones o errores aparezcan en una novela no parece, en principio, preocupante ni censurable. Lo que se intenta analizar, en forma crítica, en este artículo son las ideas que rodean a la sección áurea, que son anteriores a la novela de Brown y que dicha novela sólo ha contribuido a divulgar. La idea de que Dios usó *un* número en la Creación, y que ese número explica la forma de los seres vivos, es atractiva, fascina por su simplicidad y profundidad. Se tiene la agradable sensación de haber arrancado un secreto al Universo, de haber avanzado en la comprensión de su estructura. Pero el hecho de que una idea sea atractiva no significa que sea verdadera. Una vez que una idea de este tipo se populariza, es prácticamente imposible corregirla.

A continuación se analizan, en forma resumida, algunas afirmaciones típicas respecto de la sección áurea.

Afirmaciones usuales respecto a la sección áurea.

"La proporción entre hembras y machos en cualquier panal de abejas es igual a Ö."

Puede demostrase que la proporción entre los *antepasados* de una abeja macho y una hembra tiende a Ö a medida que se retrocede en el tiempo. Esta desproporción se debe a que no todas las abejas tienen dos padres. Las abejas macho, o zánganos, se producen a partir de los huevos no fertilizados de la reina, por lo tanto tienen madre, pero no tienen padre. Todas las abejas hembras, trabajadoras o reina, surgen de huevos fertilizados por un zángano, por lo tanto tienen dos progenitores. En la Figura 3 se muestra el árbol genealógico de una hembra y de un macho. En los árboles genealógicos usuales, el número de antepasados crece como potencias de 2; 2 padres, 4 abuelos, 8 tatarabuelos, etc. Con las abejas es diferente: el número de antepasados no corresponde a una potencia de 2 sino a la secuencia de Fibonacci. Los primeros dos términos de la serie clásica de Fibonacci son iguales a 1; los términos sucesivos se forman sumando los dos anteriores: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55…

¿Qué tienen que ver los números de Fibonacci con la sección áurea? Bastante. La serie tiene una propiedad curiosa: el cociente entre dos números consecutivos tiende a la sección áurea a medida que consideramos los que son cada vez mayores. Por ejemplo, 34/21 = 1,619 está más cerca de Ö que 8/5 = 1,6. Por lo tanto, volviendo a la Figura 3, la proporción entre los antepasados de una abeja hembra respecto a los de una macho es el cociente entre dos números consecutivos de la serie de Fibonacci y, cuando más retrocedemos en el tiempo, dicha proporción tiende a Ö. Este resultado es un ejemplo interesante de la aparición de Ö. Sin embargo, la afirmación de que la proporción entre abejas hembra y macho, en un momento determinado, sea Ö, es equivocada y se trata de una deformación del resultado anterior. En general, hay más hembras que machos en una colonia de abejas, pero la proporción exacta depende de cada especie (Yanega, 1996) y está relacionada con otros factores como el tiempo de vida promedio de las hembras y de los machos.

"La espiral de un caracol nautilo tiene la proporción de la sección áurea."

Las espirales de las Figuras 4 (b) y (c) están contenidas en rectángulos que tienen proporciones entre alto y ancho iguales a 1.33 y Ö respectivamente. Se han dibujado otros rectángulos que contienen porciones cada vez más pequeñas de las espirales. Las espirales contenidas en los rectángulos más pequeños tienen las mismas proporciones que las grandes. Se trata de espirales logarítmicas; para este tipo de espiral la distancia desde el centro crece exponencialmente con el ángulo.

La espiral de un caracol nautilo se aproxima muy bien a una espiral como la de la Figura 4 (b). La espiral logarítmica satisface un requerimiento útil para el nautilo: mantiene las mismas proporciones a medida que crece. De esta forma, el nautilo usa el mismo habitáculo durante toda su vida y, con el tiempo, sólo le va agregando secciones. Las espirales logarítmicas pueden tener proporciones muy distintas. Sin necesidad de realizar mediciones, se ve que la proporción de la espiral del nautilo (b) no es la misma que la de la espiral áurea (c). La proporción del rectángulo que contiene al nautilo (1.33) es un número bastante diferente de Ö (Sharp, 2002).

En la naturaleza abundan las formas que se aproximan a espirales logarítmicas y es posible que alguna coincida con la espiral áurea. No es el caso del nautilo. Es notable el éxito con que se ha propagado esta afirmación errónea. Quizá por su simpleza resulta una idea atractiva que se repite en cientos y cientos de páginas de Internet.

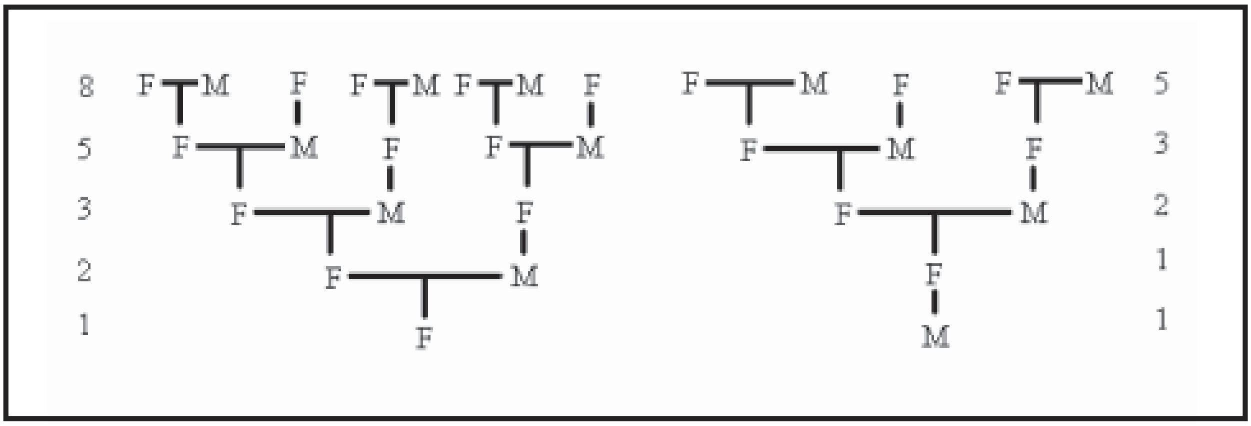
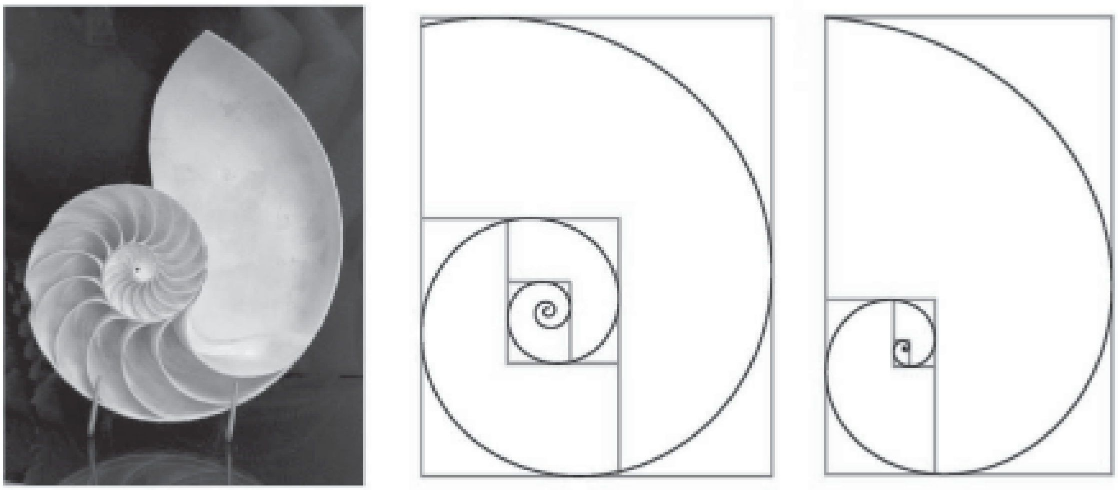


Figura 3. Árbol genealógico de una abeja hembra (F) y una macho (M). En cada renglón se ubican los progenitores del renglón inferior. Los números de los costados indican la cantidad de antepasados, la cual sigue la serie de Fibonacci.



(a) (b) (c)

Figura 4. (a) Corte de un caracol nautilo, (b) espiral contenida en un rectángulo de proporción 1.33 y (c) espiral construida a partir de un rectángulo con la divina proporción. La espiral en (b) es la que coincide con el nautilo.

"Las semillas de girasol crecen en espirales opuestos. La razón entre el diámetro de cada rotación y el siguiente es Ö."

La razón entre diámetros consecutivos de un espiral de girasol no puede, en general, medirse porque la espiral no llega a dar una vuelta completa. Sin embargo, se podría extrapolar la espiral y extenderla fuera de la cabeza del girasol. De esta manera se obtiene una espiral con proporciones muy distintas a la de la espiral áurea de la Figura 4 (c). La proporción entre diámetros consecutivos está lejos de ser Ö.

Esta afirmación es una deformación de un aspecto curioso e interesante de los girasoles, piñas o plantas similares en las que las semillas se acomodan formando espirales. En todos los casos se tienen dos grupos superpuestos de espirales que giran en sentidos contrarios. Lo interesante es que la cantidad de espirales es igual, o se aproxima, a un número de la secuencia de Fibonacci. En el caso de la Figura 5, la cantidad de espirales que giran en el sentido de la que se pintó de negro es 13, y las que tienen el sentido de la que se pintó de gris son 21. Estas cantidades no sólo son números de Fibonacci, también son números *consecutivos* de la secuencia.

Debido a la conexión que existe entre números de Fibonacci consecutivos y Ö, si se tiene un número lo suficientemente grande de espirales, la proporción entre espirales que giran en un sentido y el opuesto se aproxima a la sección áurea. Esta estructura ha sido observada y descrita en diversas publicaciones científicas desde aproximadamente 1830 y aún en la actualidad es un tema que presenta aspectos abiertos a la investigación (Douady y Couder, 1992). Tiene la característica de optimizar el empaquetamiento de semillas, ubicando la mayor cantidad posible en un área determinada, a medida que crecen desde el centro de la cabeza de la flor.

La aparición de la sección áurea o los números de Fibonacci en la estructura de las plantas es bastante usual y se la conoce como Phyllotaxis de Fibonacci (phyllo: hoja, taxis: organización). La Figura 6 muestra una planta de aloe vera. De acuerdo con tamaño de las hojas se puede establecer un orden de aparición. El ángulo entre dos hojas sucesivas se aproxima bastante a 138°, y la relación de este ángulo con respecto a su ángulo complementario (360° - 138° = 222°) es igual a la sección áurea. La razón, nuevamente, no es un misterio. Se puede demostrar que cuando cada hoja surge a 138° de la anterior, la planta se asegura de que las hojas nuevas hagan la menor sombra posible a las viejas. De esta forma se optimiza no sólo la absorción de energía solar sino también la captación de agua que fluye a través de las hojas al tallo y a las raíces. Otro dato interesante: la mayoría de las flores tiene una cantidad de pétalos igual a un número de Fibonacci.

"La altura de una persona dividida la distancia desde el ombligo al suelo es igual a Ö."

Algunas personas (Sommers 1992, Markowsky 1992) se han tomado el trabajo de medir la posición del ombligo de varios individuos y de hacer una estadística. Según Sommers, luego de medir a 319

Figura 5. Espirales en una flor silvestre. En negro y gris se destacan dos espirales opuestas. Si se cuentan las espirales de cada tipo se obtienen dos números de Fibonacci consecutivos: 13 y 21.

personas, la posición promedio del ombligo se encuentra alrededor de 1.8 centímetros más bajo de donde debería estar según la sección áurea. Debido a que las fluctuaciones son bastante grandes, es posible que la posición del ombligo de algún individuo con respecto a su altura corresponda a la sección áurea, mientras que para otros la diferencia será aún mayor que 1.8 centímetros. El ombligo hace un papel más decoroso que el nautilo para representar a la sección áurea, pero no del todo convincente.

Si el ombligo de la mayoría de los seres humanos estuviera ubicado con mayor precisión según la sección áurea, no habría ningún motivo para considerar este resultado como algo más que una casualidad.

En conclusión, muchas de las afirmaciones acerca de la presencia de la sección áurea en la naturaleza son equivocadas o exageradas. El número Ö no tiene una presencia ubicua en la naturaleza y, en los casos en que aparece (hojas o semillas de girasol), su aparición no es un misterio y puede comprenderse en términos de eficiencia y selección natural. También hay que tener presente que, dada la gran complejidad que existe en la naturaleza, es prácticamente una certeza, luego de buscar un poco, encontrar la proporción de la sección áurea o cualquiera de las proporciones que aparecen en la Figura 2. Esta búsqueda es la misma que muchos seudo-arqueólogos realizan con éxito al analizar las combinaciones de números que pueden surgir de una pirámide; se la llama falacia de la piramidología. Martin Gardner la describe en su libro *Fads and Falacies in the Name of Science*, 1957:

> Si se mide una estructura complicada como la pirámide, pronto se tendrán a mano una gran cantidad de longitudes con las que jugar. Si se tiene la paciencia suficiente para hacer malabares con ellas, seguro se encuentran muchos números que coinciden con fechas históricas importantes o con números de las ciencias. Como no se está limitado por ninguna regla, sería en verdad extraño que esta búsqueda de "verdades" de la pirámide no alcanzara un considerable éxito.

El número á

Existe, sin embargo, un número que satisface los requerimientos que Ö no cumple: la ubicuidad y el misterio. Este número es menos conocido que Ö y tiene un nombre con menos atractivo publicitario que "divina proporción." Se llama constante de

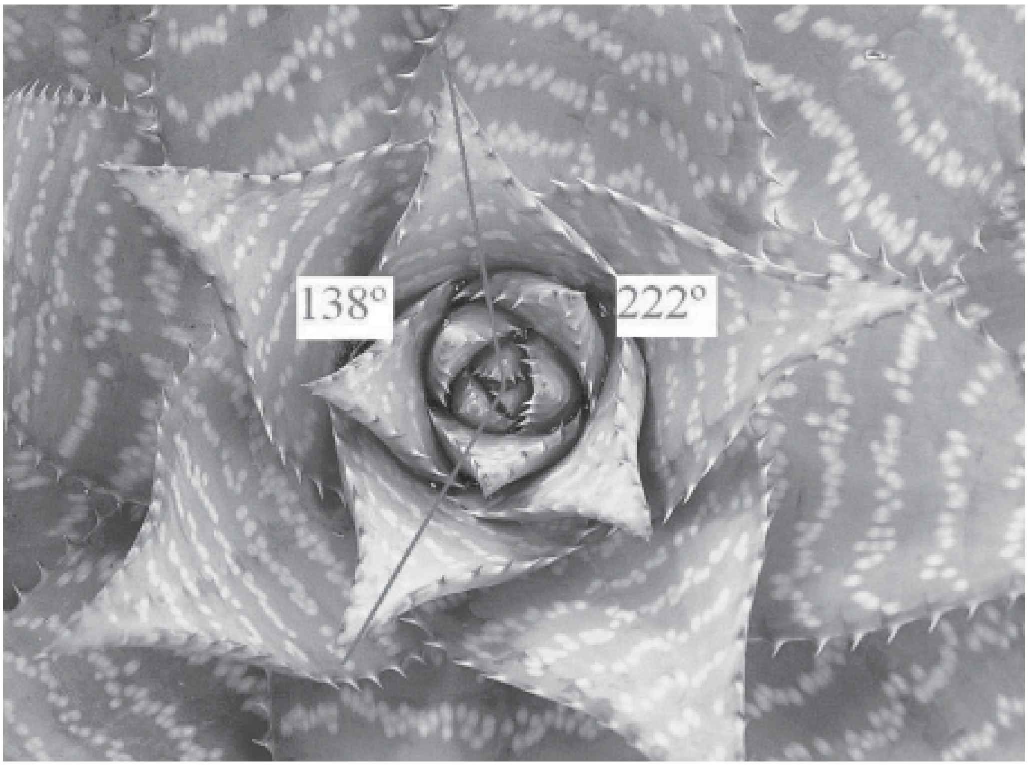


Figura 6. Planta de aloe vera vista desde arriba. Las líneas indican el ángulo entre dos hojas sucesivas. La proporción entre este ángulo y su complementario corresponde a la sección áurea.

estructura fina y se lo designa con la letra griega á (alfa). Para entender el significado de este nombre, primero hay que entender lo que son las líneas del espectro. Al pasar luz común a través de un prisma, se revela que está formada por un rango de diferentes colores desde el rojo hasta el violeta: el espectro de la luz. El espectro que se obtiene de distintas fuentes luminosas puede ser más complejo, suele incluir líneas brillantes, llamadas espectro de emisión, o líneas oscuras, llamadas espectro de absorción. Cuando una línea espectral se observa con alta resolución, aparece la estructura fina. Por ejemplo, la línea amarilla del espectro del sodio está formada, en realidad, por dos líneas muy juntas. El análisis de los espectros jugó un rol fundamental en el desarrollo de la mecánica cuántica a principios del siglo XX. La teoría puede explicar la aparición del espectro y de su estructura fina. Aquí es donde aparece el número á, pues se demuestra que la separación entre líneas está relacionada con él. Pero la incumbencia de á no se restringe a la estructura fina, también está presente en todas las interacciones electromagnéticas entre, por ejemplo, electrones y fotones.

El número á está relacionado con magnitudes físicas empíricas, como la carga del electrón, la constante de Planck y la velocidad de la luz. La peculiaridad de á es que, a diferencia de estas magnitudes, no tiene unidades. Su valor es independiente del sistema de unidades que se utilice, como sucede con ð o Ö . Esta característica induce a pensar que debe tener un valor matemático preciso, que se puede obtener o deducir a partir de alguna ecuación. Se trata de una intuición bastante fuerte basada en la creencia de que el universo es completamente cognoscible y descriptible mediante la matemática; creencia que, aunque no probada, impulsa el avance de la física.

Alguien podría dudar de la ubicuidad de á. Después de todo, se puede medir la sección áurea en, al menos, algunas plantas, pero la constante de estructura fina sólo se observa en experimentos complejos. Es cierto que medir á no es una tarea sencilla, sin embargo, subyace oculto en prácticamente todas nuestras observaciones y actividades. El número á está relacionado con las interacciones eléctricas o magnéticas y este tipo de interacciones se manifiestan continuamente y no sólo cuando encendemos algún artefacto eléctrico. Si se pasa un dedo sobre este papel (o pantalla de computadora), se sentirá su textura debido a la fuerza que produce el papel sobre el dedo. Esa fuerza es una interacción eléctrica entre los electrones más externos de los átomos que forman la superficie del papel y los del dedo. Estas palabras se perciben gracias a una interacción electromagnética que se produce en la retina y que transforma la luz en impulsos eléctricos que se transmiten a través del nervio óptico. Se podría hacer una lista inagotable de actividades cotidianas que involucran interacciones electromagnéticas. La presencia de á es, sin dudas, ubicua.

Richard Feynman, en su libro *QED: The Strange Theory of Light and Matter* (1986), usa las siguientes palabras para describir la fascinación que produce á:

> Hay una bellísima y profunda pregunta asociada al valor de la constante de acoplamiento [alfa]... Es sencillamente un número determinado experimentalmente en 137.03597... Su valor ha sido un misterio desde que fue descubierto hace más de cincuenta años. Todo buen físico teórico pone este número en la pared y se cuestiona. Uno inmediatamente quisiera saber de dónde proviene ese valor del acoplamiento: ¿está en relación con pi, o quizás con la base de los logaritmos naturales? Nadie lo sabe. Es uno de los mayores malditos misterios de la física: un número mágico que viene hacia nosotros sin explicación. Se diría que "la mano de Dios" escribió ese número y "nosotros no entendemos como Él movió el lápiz". Conocemos la danza experimental para medirlo con gran precisión pero no conocemos la danza en la computadora para hacer que salga el número sin haberlo introducido secretamente.

Muchos han intentado deducir el valor de á a partir de una ecuación matemática que lo relacione con otras constantes conocidas como ð o, incluso, la sección áurea. A medida que las técnicas experimentales progresan y se obtiene á con mayor precisión, esas ecuaciones son descartadas y reemplazadas por otras más complejas que, en definitiva, no aportan ninguna contribución a la mejor comprensión del origen de á. Todavía no existe una teoría física que pueda explicar por qué la constante de estructura fina tiene el valor que tiene. Se cree que, si algún día el misterio se resuelve, se podrá comprender mejor por qué el universo es como es. Mientras tanto, la constante de estructura fina (junto con algunas otras constantes relacionadas con otros tipos de interacciones) continuará siendo uno de los más grandes misterios de la naturaleza, a diferencia del de la sección áurea, la cual no parece ocultar un misterio profundo.

Bibliografía

Devlin, Keith, ***Good stories, pity they're not true***, MAA Online, Junio 2004. http://www.maa.org/devlin/devlin_06_04.html

Douady, S. y Couder, Y., ***Phyllotaxis as a Physical Self-Organized Growth Process, Physical Review Letters***, vol. 68, p. 2098, 1992. http://prola.aps.org/abstract/PRL/v68/i13/p2098_1

Feynman, Richard, *QED:* ***The Strange Theory of Light and Matter,*** Princeton University Press, 1986.

Gardner, Martin, ***The Cult of the Golden Ratio,*** Skeptical Inquirer, vol. 18, No. 3, p.243, 1994.

Markowsky, George, ***Misconceptions about the Golden Ratio***, College Mathematics Journal, vol. 23, p. 2-19, 1992. http://www.dur.ac.uk/bob.johnson/fibonacci/miscons.pdf

Sharp, John, S***pirals and the Golden Section***, Nexus Network Journal, vol. 4, no. 1, 2002. http://www.nexusjournal.com/Sharp_v4n1-intro.html

Sommers, Paul M.; Calise, Lori K.; Caruso, Tamara M. y Cunningham, John B., ***The Golden Midd,*** Journal of Recreational Mathematics, vol. 24(1), p. 26-29, 1992.

Yanega, Doug, ***Sex ratio and sex allocation in sweat bees (Hymenoptera: Halictidae)***, Journal of Kansas Entomology Society, vol. 69 Supplement, p. 98-115, 1996.

Miguel Hoyuelos *es Doctor en Física, docente e investigador del Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Investiga sobre procesos irreversibles y sistemas fuera de equilibrio.*
hoyuelos@mdp.edu.ar