

# GLIPTODONTE: PATRÓN GEOMÉTRICO, EVOLUCIÓN BIOLÓGICA y OPTIMIZACIÓN

Matías G. dell'Erba



# GLIPTODONTES

Representante de la megafauna americana



# GLIPTODONTES

**Distribución temporal:** entre ~35 Ma (*Eoceno tardío*) - ~10 ka (*Holoceno temprano*)

**Distribución espacial:** originarios de Sudamérica alcanzan el norte del continente en el Gran Intercambio Biótico Americano, luego de la formación del istmo de Panamá (~3 Ma)



~35 Ma

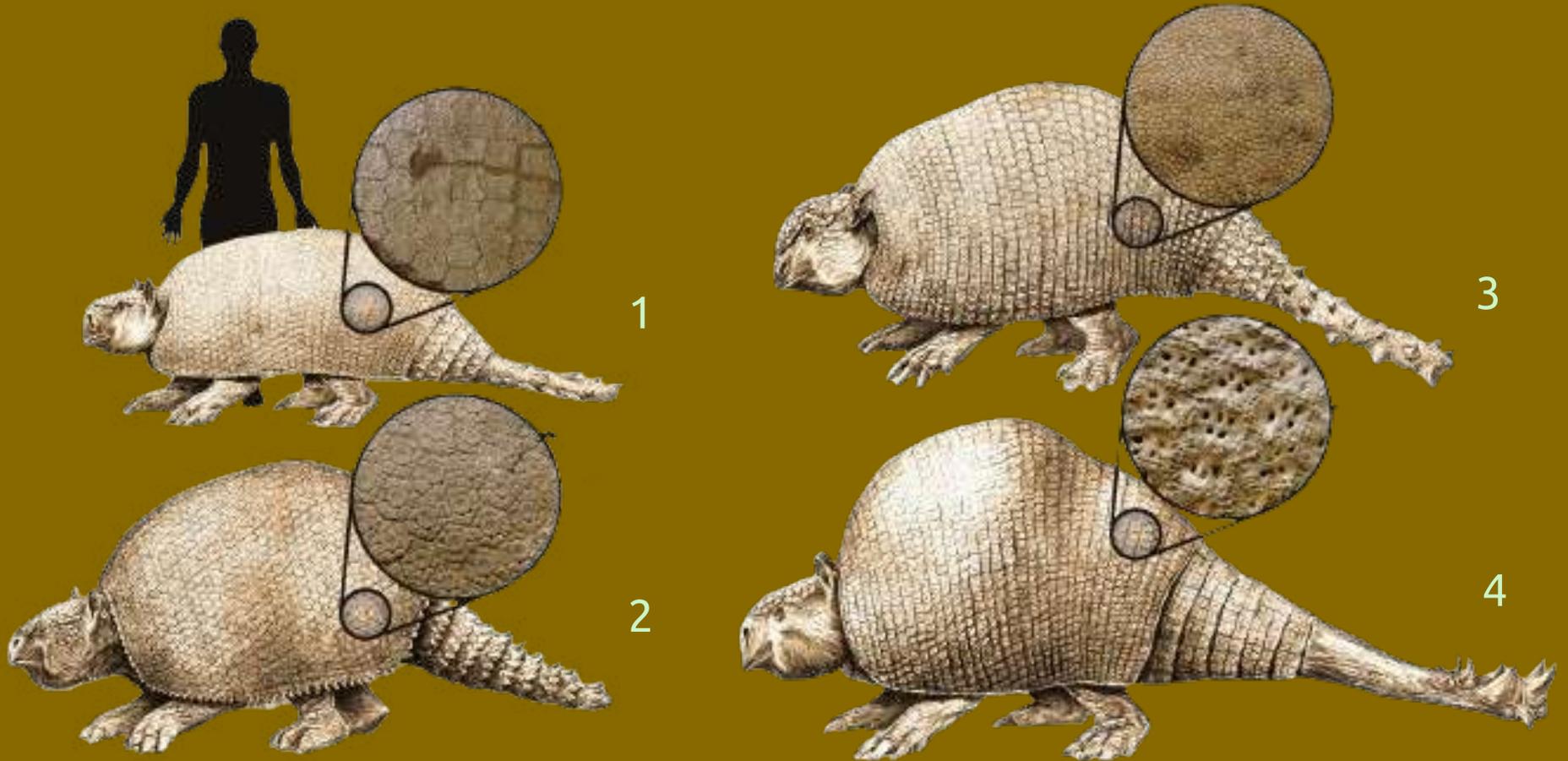


~10 ka

# GLIPTODONTES

**Clase:** *Mammalia*, **Orden:** *Cingulata*

**Géneros:** *Neosclerocalyptus* (1), *Glyptodon* (2), *Panochthus* (3), *Doedicurus* (4)



# GLIPTODONTES

Ejemplares del Museo Municipal de Ciencias Naturales Lorenzo Scaglia



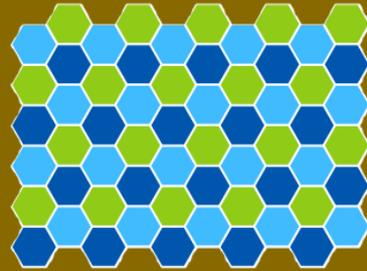
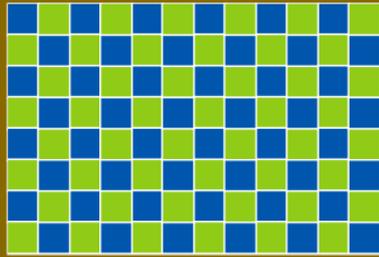
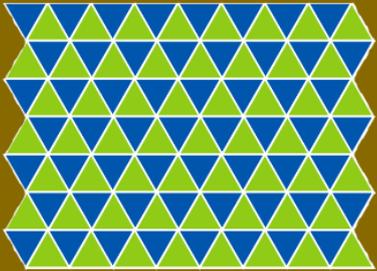
*G. Munizi*



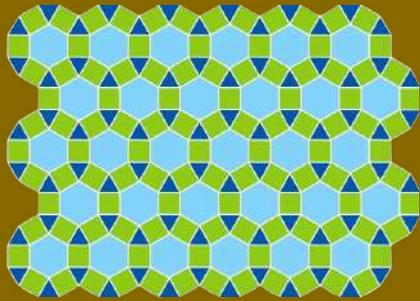
*G. Neosclerocalyptus*

# TESELADOS O EMBALDOSADOS

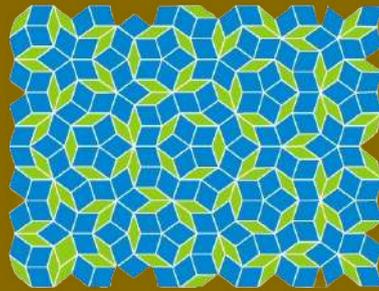
Partición del plano en piezas (teselas, baldosas) que cubren la superficie sin solaparse ni dejar huecos.



Regulares



Semirregulares



Aperiódicos (Penrose)



No-poligonal



Hiperbólicos (Escher)

**Teorema de Hales:** de todos los teselados con piezas de igual área el teselado hexagonal regular es el que posee el mínimo perímetro total

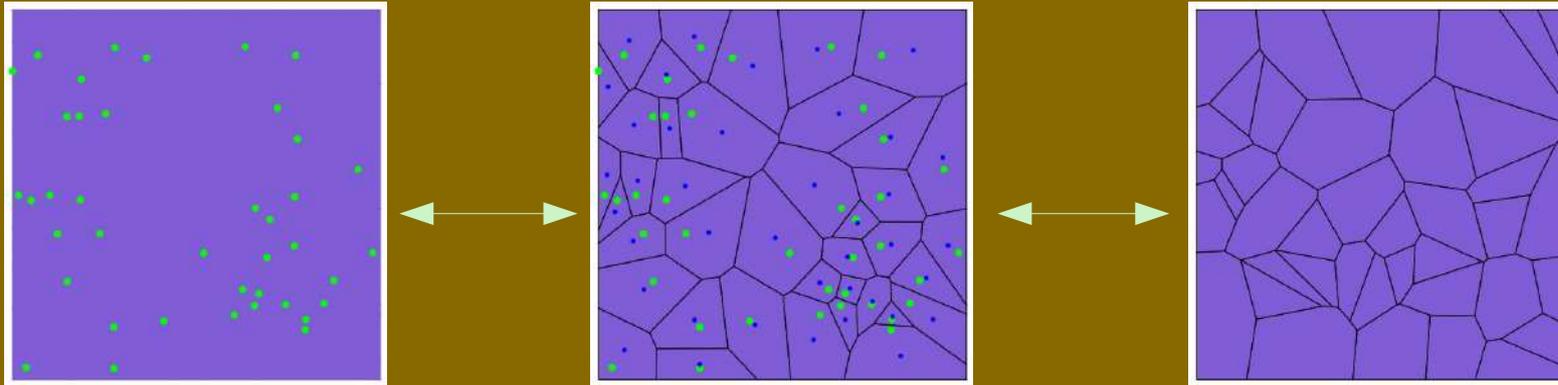
## DIAGRAMAS DE VORONOI

Sea  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  puntos en 2D llamados *generadores* o *semillas*. Definimos la *región de Voronoi* de  $p_i$  como

$$V(p_i) = \{x \mid |p_i - x| \leq |p_j - x|, \forall j \neq i\} \quad \text{y}$$

$$V = \{V(p_1), V(p_2), \dots, V(p_n)\}$$

es el *diagrama de Voronoi* del conjunto de generadores  $P$ .



**Fórmula de Euler:** para todo grafo planar y conectado se cumple que  
 $\#Caras - \#Aristas + \#Vértices = 1$

# EVOLUCIÓN BIOLÓGICA

Describe la diversidad biológica debido a cambios en caracteres genéticos y fenotípicos de poblaciones a través de generaciones

Población<sup>(1)</sup> → Descendencia con variaciones<sup>(2)</sup> → Selección natural<sup>(3)</sup> → Evolución<sup>(4)</sup>

(1) La teoría aplica a conjuntos de individuos y los resultados son estadísticos.

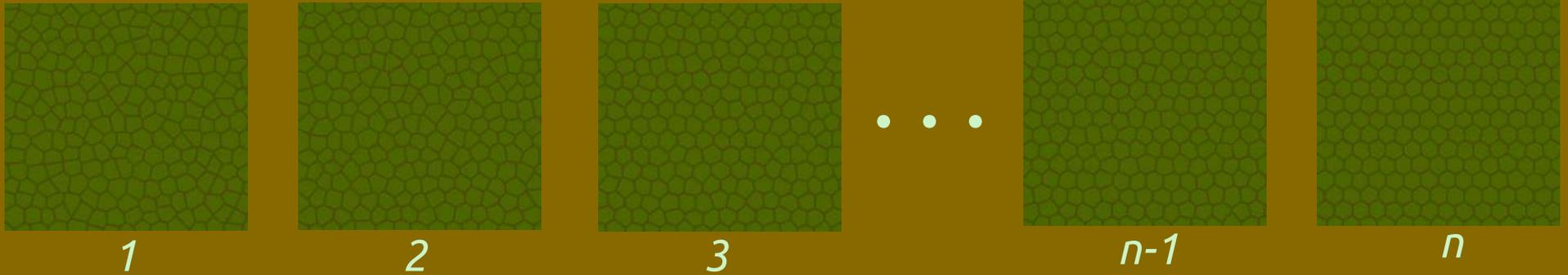
(2) Las mutaciones, la deriva genética y la reproducción sexual son las causas fundamentales de la variabilidad genética.

(3) Explica cómo los organismos mejor adaptados a su entorno tienen más probabilidad de generar descendencia y viceversa.

(4) Para una población de organismos: cambios en sus características heredables a lo largo de generaciones.

# EVOLUCIÓN BIOLÓGICA

Para la generación  $n$  definimos  $P_n(a_1(t), \dots, a_s(t))$  como la probabilidad de generar descendencia ( $n+1$ ) para un organismo caracterizado por  $a_1(t), \dots, a_s(t)$



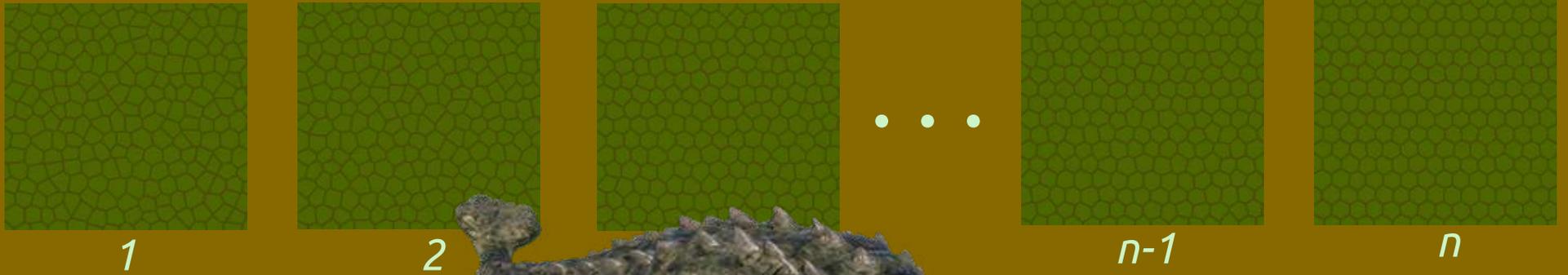
Describimos la evolución del patrón geométrico de la coraza como un proceso de optimización de sus propiedades funcionales.

$$P_n(?)$$

Una coraza dorsal rígida, no articulada y defensiva se optimiza cuando su patrón geométrico (la frontera entre osteodermos) se minimiza.

# EVOLUCIÓN BIOLÓGICA

Para la generación  $n$  definimos  $P_n(a_1(t), \dots, a_s(t))$  como la probabilidad de generar descendencia ( $n+1$ ) para un organismo caracterizado por  $a_1(t), \dots, a_s(t)$



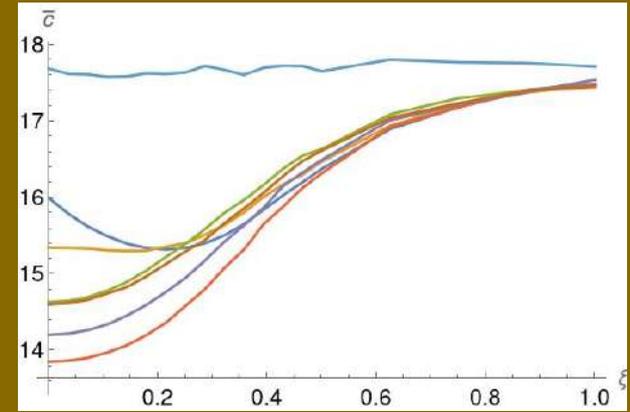
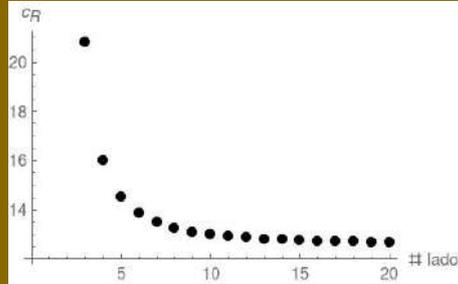
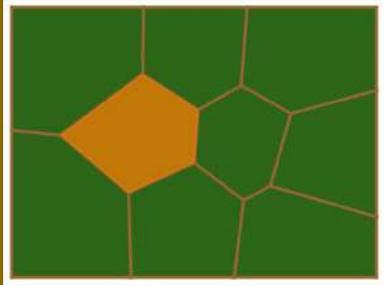
Describimos la evolución del patrón de la coraza como un proceso de optimización de sus propiedades.

Una coraza dorsal rígida, no articulada y defensiva se optimiza cuando su patrón geométrico (la frontera entre osteodermos) se minimiza.

# OPTIMIZACIÓN

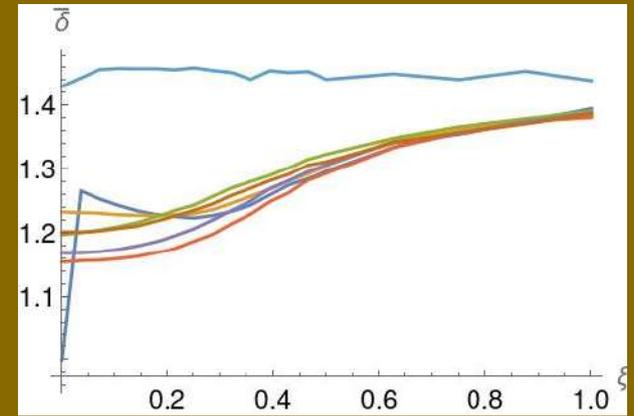
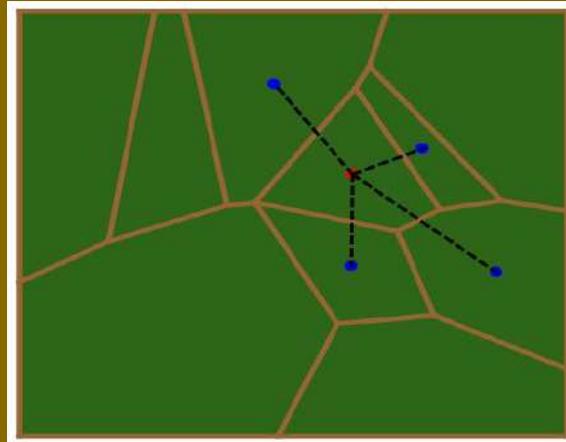
Definimos

$$C = \frac{P^2}{A}$$



$C_m$  vs  $\xi$

$$\delta = \frac{(\frac{1}{V} \sum_v d_v)^2}{A}$$

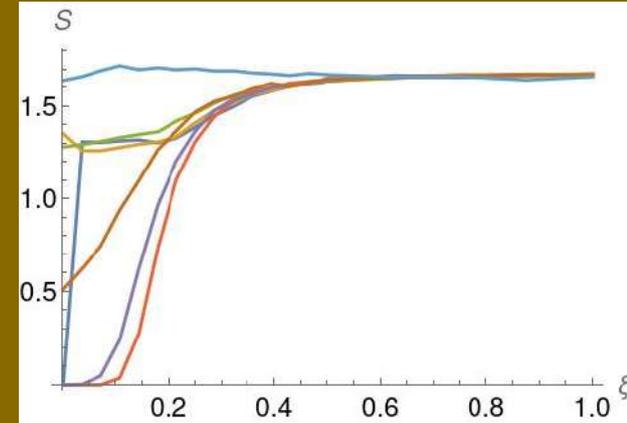
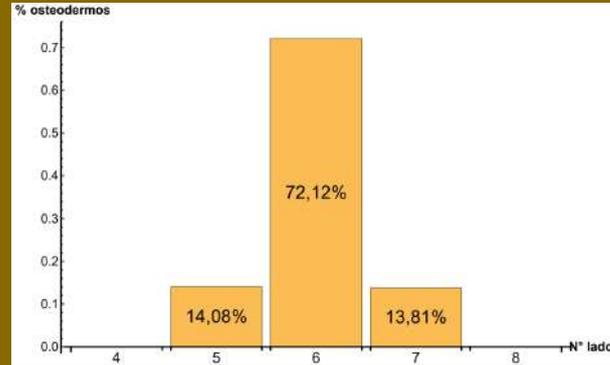


$\delta_m$  vs  $\xi$

# OPTIMIZACIÓN

Entropía de Voronoi

$$S = - \sum_k x_k \log(x_k)$$



$x_k$ : fracción de polígonos con  $k$  lados

$S$  vs  $\xi$

Descendencia: la coraza en la generación  $n+1$  es una perturbación aleatoria de intensidad  $\xi$  sobre las posiciones de los generadores del diagrama de Voronoi de la generación  $n$ .

La variable aleatoria  $\xi$  condensa los efectos genéticos, epigenéticos y ambientales que actúan sobre la posición de los generadores.

# OPTIMIZACIÓN

Definimos  $P_n(c_m, \delta_m)$  como la probabilidad de generar descendencia en la generación  $n+1$  para una coraza caracterizada por  $c_m, \delta_m$

$$P_n(c_m, \delta_m) = Pb_n + \Delta c + \Delta \delta$$

$$Pb_n = a_c \left( 1 - \frac{\langle c \rangle_n - c_{hex}}{c_{ran} - c_{hex}} \right) + a_\delta \left( 1 - \frac{\langle \delta \rangle_n - \delta_{hex}}{\delta_{ran} - \delta_{hex}} \right)$$

$c_m$  y  $\delta_m$  son los valores medios de  $c$  y  $\delta$  para una coraza

$\langle c \rangle_n$  y  $\langle \delta \rangle_n$  son los valores medios de  $c_m$  y  $\delta_m$  para una población en la generación  $n$

$$\Delta c = 0 \text{ si } c_m > \langle c \rangle_n$$

$$\Delta c > 0 \text{ si } c_m < \langle c \rangle_n$$

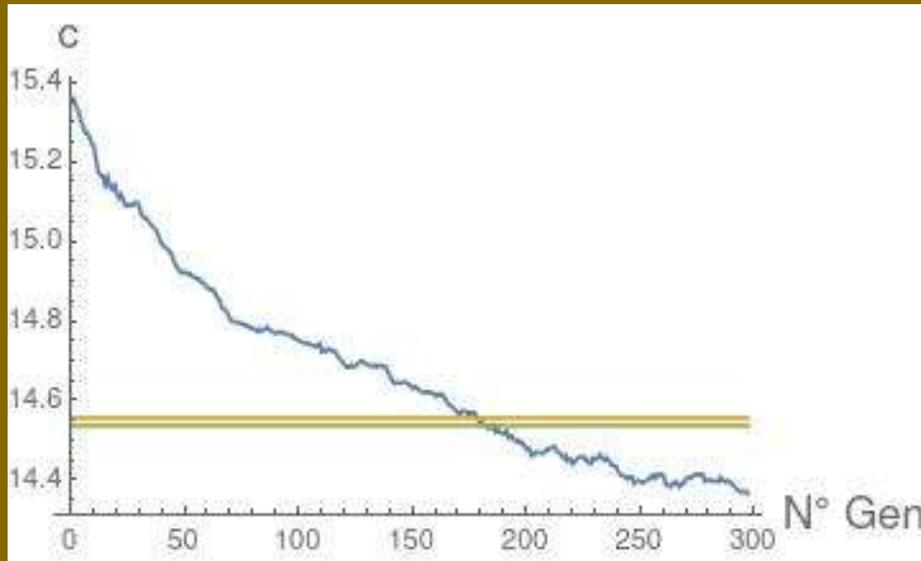
y

$$\Delta \delta = 0 \text{ si } \delta_m > \langle \delta \rangle_n$$

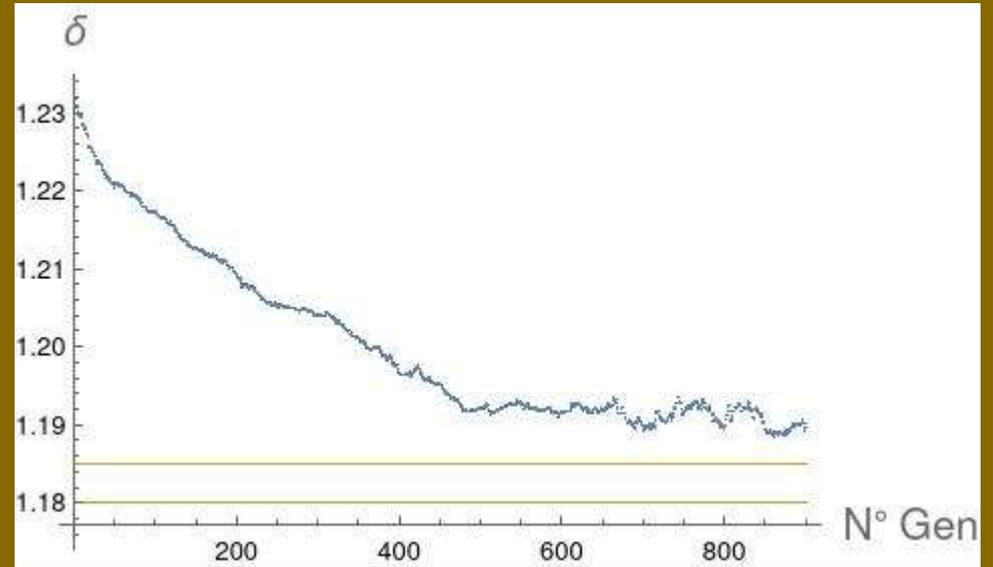
$$\Delta \delta > 0 \text{ si } \delta_m < \langle \delta \rangle_n$$

# OPTIMIZACIÓN

Evolución de  $\langle c \rangle_n$  y  $\langle \delta \rangle_n$  en función del número de generaciones  $n$  y comparación con los valores de las muestras del museo.



$\langle c \rangle_n$  VS  $n$



$\langle \delta \rangle_n$  VS  $n$

*¡GRACIAS!*