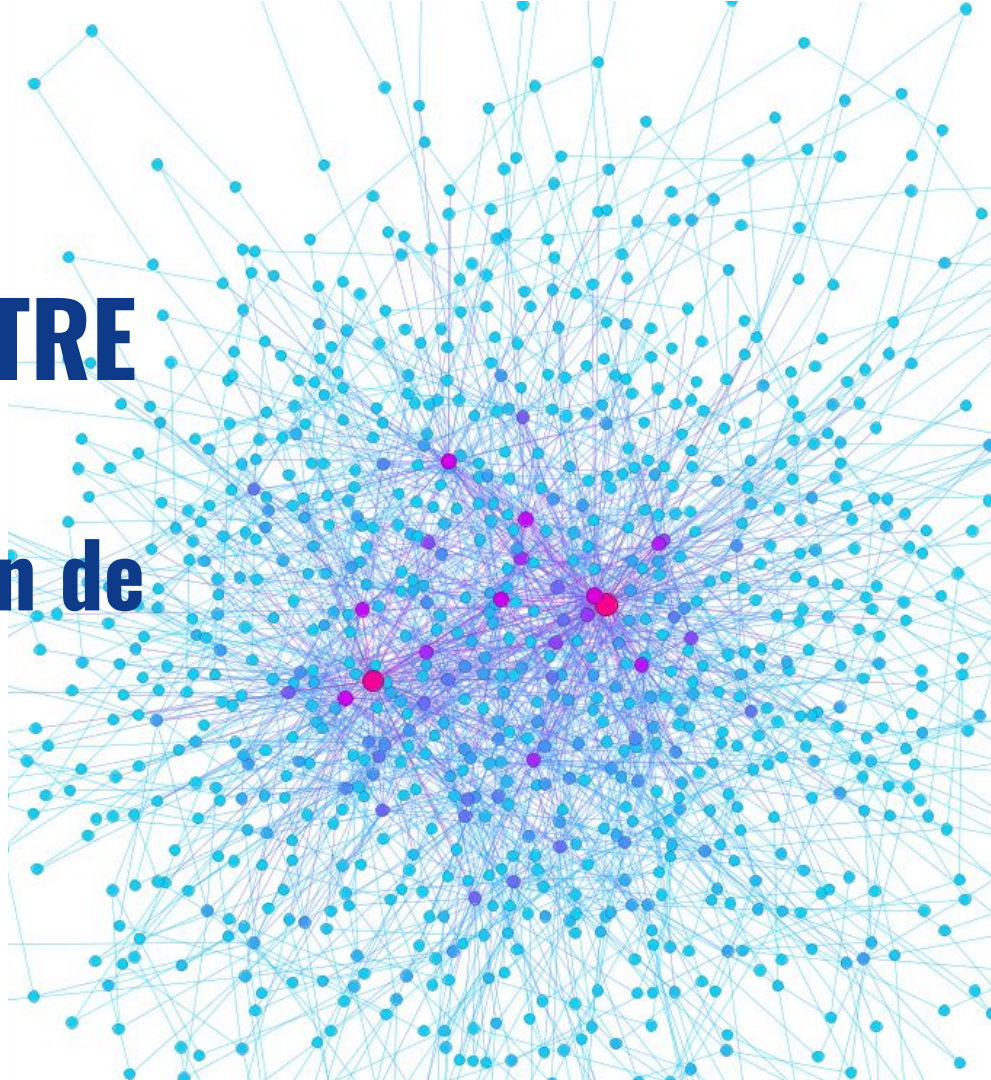


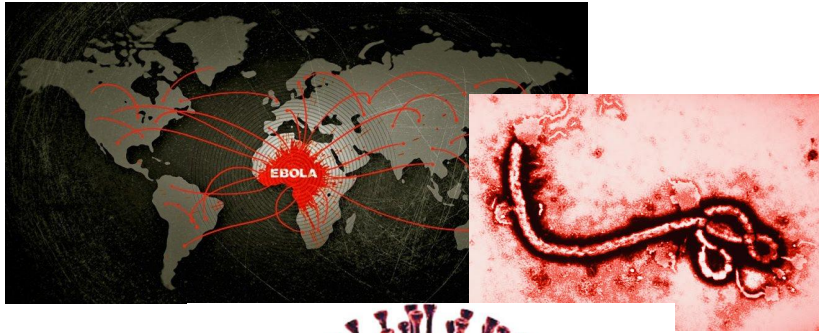
UNMdP-IFIMAR

NODOS PUENTES ENTRE COMUNIDADES: su rol en la propagación de epidemias

Lucas D. Valdez



¿PARA QUÉ SIRVEN LOS MODELOS EPIDÉMICOS?

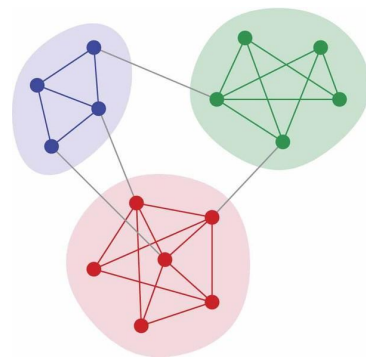


Sirven para:

- 1) Estudiar la dinámica de transmisión en distintas sociedades.
- 2) Identificar y optimizar estrategias de prevención y control.

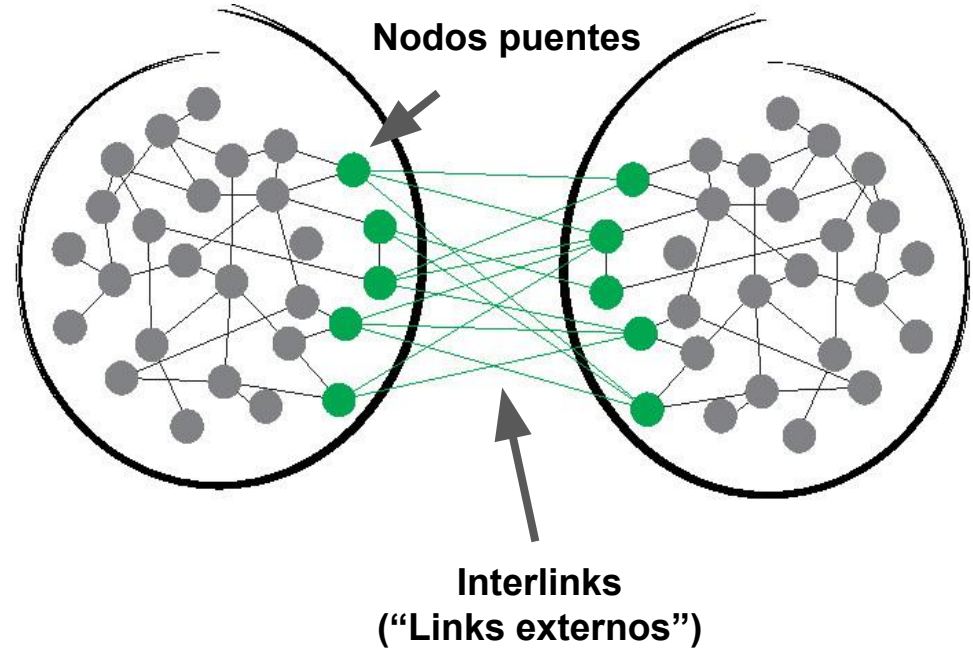
¿POR QUÉ LAS COMUNIDADES SON IMPORTANTES?

- Muchas redes reales están compuestas por comunidades.
- **DEFINICIÓN:** se dice que una red tiene una estructura de **comunidades** si los nodos de la red pueden agruparse en subconjuntos de nodos con más conexiones internas que externas.



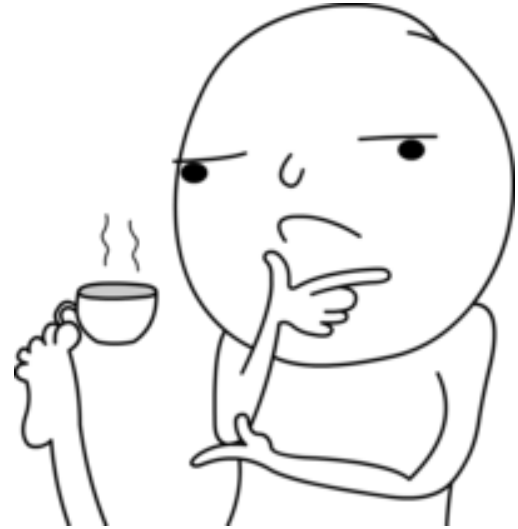
NODOS PUENTES

- Los nodos puentes tienen conexiones tanto internas como externas



PREGUNTA

¿Cómo los **nodos puentes** influyen sobre diferentes procesos en las redes?



ESTRUCTURA DE ESTA EXPOSICIÓN

- 1) Exponentes críticos**
- 2) Modelo del Dr. Gaogao Dong sobre redes con nodos puentes**
- 3) Nuestro modelo**
- 4) Resultados**
- 5) Conclusiones**

EXPONENTES CRÍTICOS

Modelo de Ising	Percolación (nodo/link)
$M \sim (T_c - T)^\beta$	$P_\infty \sim (p - p_c)^\beta$
$\chi \sim (T_c - T)^{-\gamma}$	$\langle S \rangle \sim p_c - p ^{-\gamma}$
$M \sim H^{1/\delta}$	????

- En las transiciones de fase continuas, muchas magnitudes se comportan como leyes de potencia.
- Los exponentes críticos satisfacen identidades. Por ejemplo:
 - $\beta + \gamma = 1/\sigma$
 - $\delta = 1 + \gamma/\beta$ (Identidad de Widom)

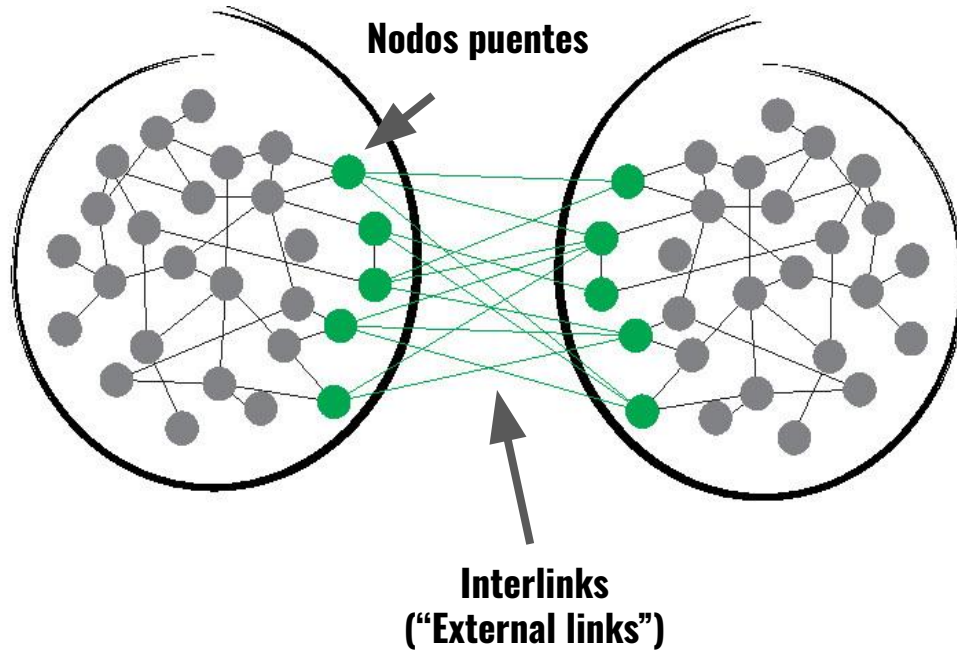
EL ROL DE LOS NODOS PUENTES: primer trabajo (GAOGAO)

Resilience of networks with community structure behaves as if under an external field

Gaogao Dong^{a,b,c,1}, Jingfang Fan^{d,1}, Louis M. Shekhtman^{d,1}, Saray Shai^{e,1}, Ruijin Du^{a,b,c}, Lixin Tian^{f,g,2}, Xiaosong Chen^{h,i}, H. Eugene Stanley^{b,c,j,2}, and Shlomo Havlin^{d,j}

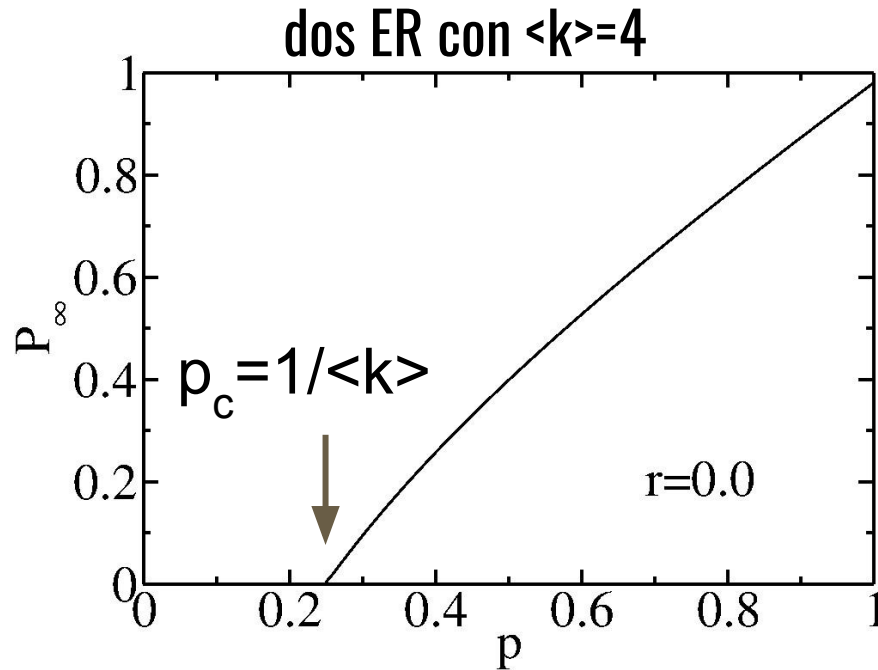
^aInstitute of Applied System Analysis, Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, 212013 Jiangsu, China; ^bCenter for Polymer Studies, Boston University, Boston, MA 02215; ^cDepartment of Physics, Boston University, Boston, MA 02215; ^dDepartment of Physics, Bar-Ilan University, Ramat-Gan 52900, Israel; ^eDepartment of Mathematics and Computer Science, Wesleyan University, Middletown, CT 06549; ^fSchool of Mathematical Sciences, Jiangsu Center for Collaborative Innovation in Geographical Information Resource Development and Application, Nanjing Normal University, Jiangsu 210023, P. R. China; ^gEnergy Development and Environmental Protection Strategy Research Center, Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, 212013 Jiangsu, China; ^hSchool of Physical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; ⁱInstitute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; and ^jInstitute of Innovative Research, Tokyo Institute of Technology, Yokohama 226-8502, Japan

MODELO



- Estudia un proceso de percolación de nodos para el caso de dos comunidades
- **r**: es la fracción de nodos puentes
- La distribución de conexiones externas sigue una distribución Poisson con valor medio:
 $\langle K_{\text{ext}} \rangle = 1/r$

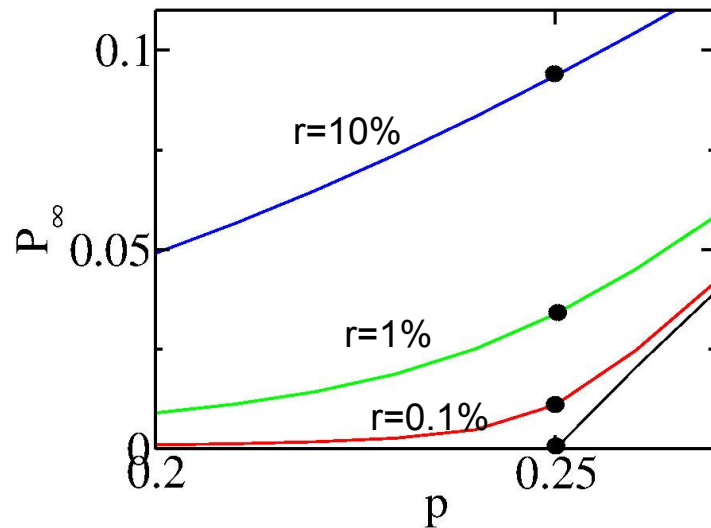
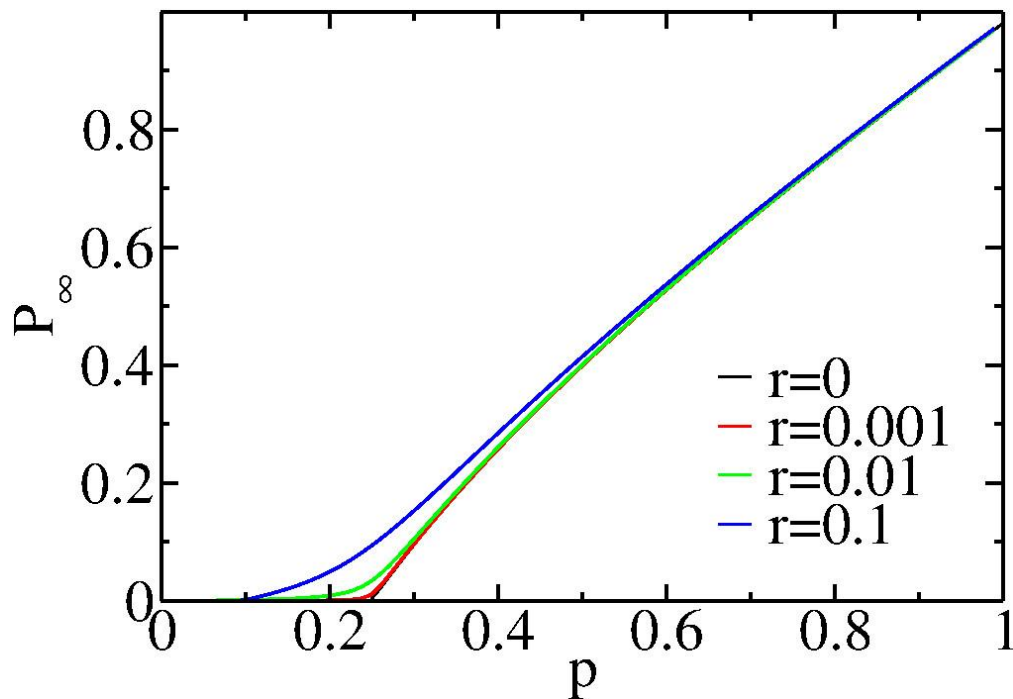
EL ROL DE LOS NODOS PUENTES: primer trabajo (GAOGAO)



- Cuando $r=0$, no hay interacción entre las dos comunidades

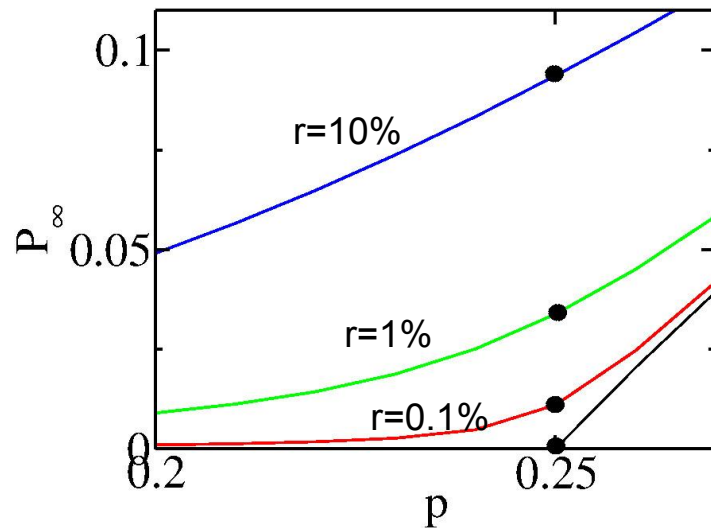
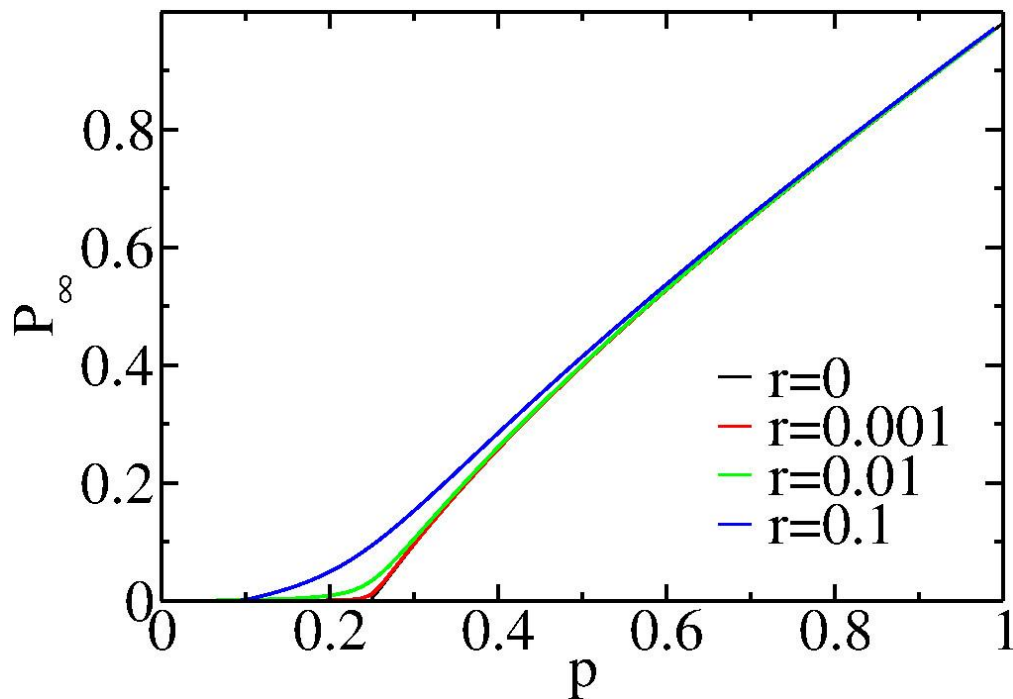
EL ROL DE LOS NODOS PUENTES: primer trabajo (GAOGAO)

dos ER $\langle k \rangle = 4$



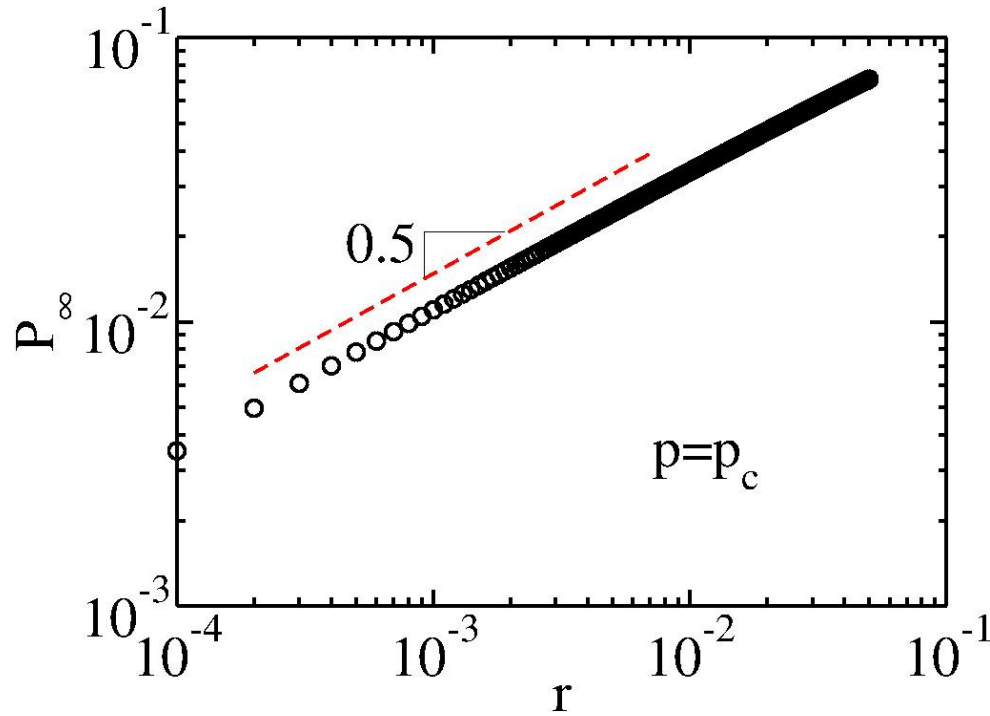
EL ROL DE LOS NODOS PUENTES: primer trabajo (GAOGAO)

dos ER $\langle k \rangle = 4$



¿cuál es el comportamiento de P_∞ en p_c cuando $r \rightarrow 0$?

EL ROL DE LOS NODOS PUENTES: primer trabajo (GAOGAO)



- $\delta=1+\gamma/\beta=2 !!!$

Identidad de Widom

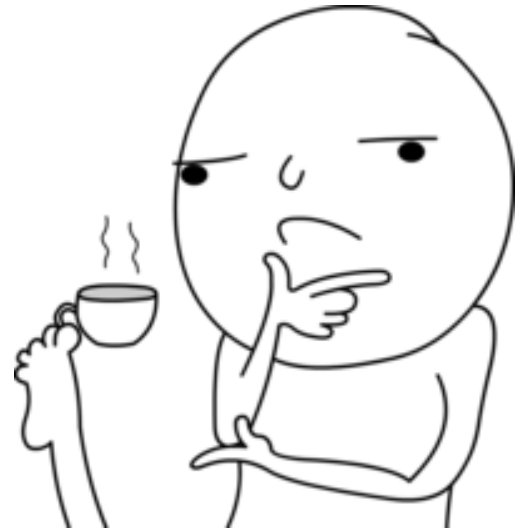
$$P_{\infty} \sim r^{1/\delta} = r^{1/2}$$

EXPONENTES CRÍTICOS (trabajo de Gaogao)

Ising model	Percolación (nodo/link)
$M \sim (T_c - T)^\beta$	$P_\infty \sim (p - p_c)^\beta$
$\chi \sim (T_c - T)^{-\gamma}$	$\langle S \rangle \sim p_c - p ^{-\gamma}$
$M \sim H^{1/\delta}$	$P_\infty \sim r^{1/\delta}$

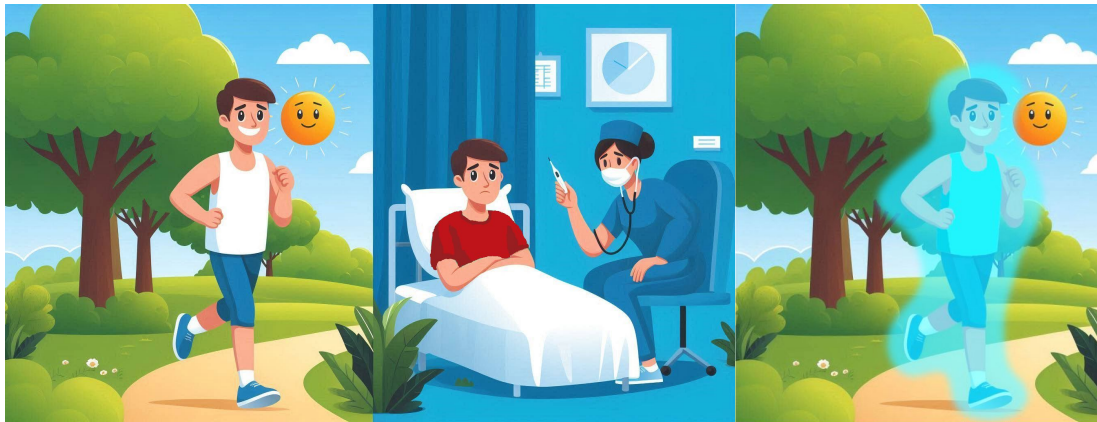
PREGUNTA

- ¿Se observa el mismo comportamiento para procesos epidémicos?
- ¿Cómo se puede explicar este fenómeno de “campo externo” desde un punto de vista geométrico o estructural?



Nuestro trabajo

Estudiamos un modelo SIR (que se relaciona con percolación de links) sobre una red con dos comunidades un nodos puentes

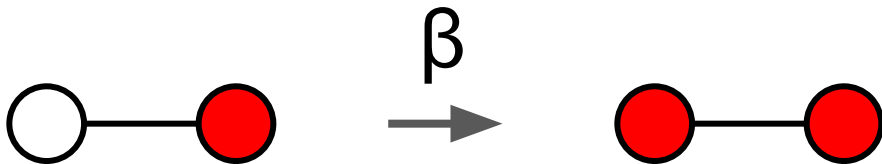


S → I → R

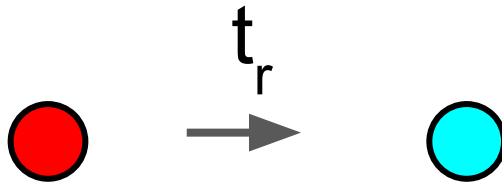
Nuestro trabajo

Estudiamos un modelo SIR (que se relaciona con percolación de links) sobre una red con dos comunidades un nodos puentes

Regla 1 (infección):



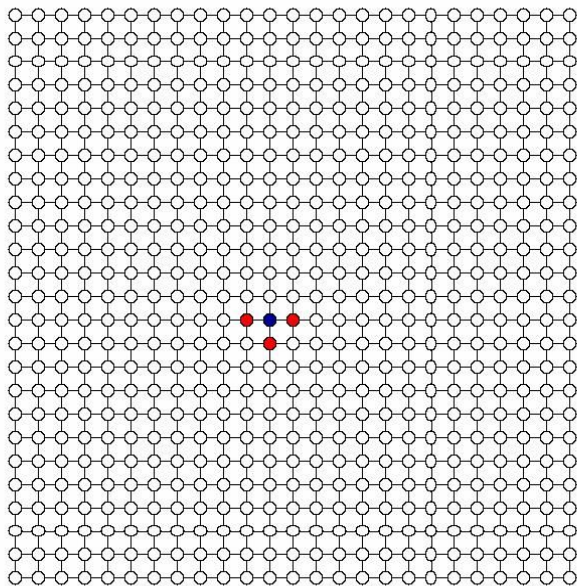
Regla 2 (recuperación):



Condición inicial: un solo individuo está infectado (“paciente cero”) y el resto de la población es susceptible

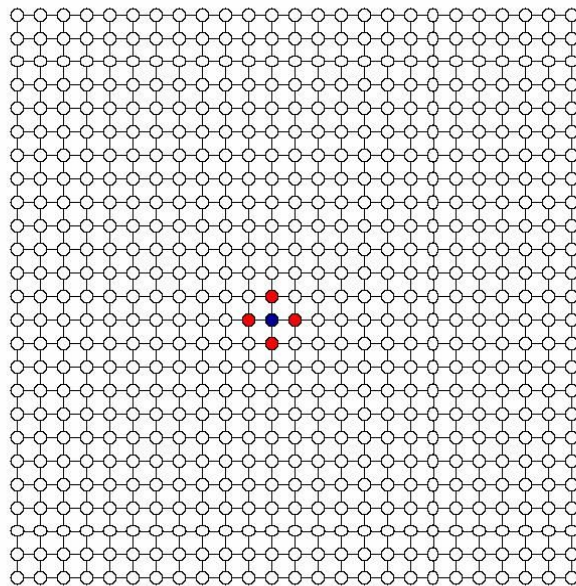
Visualización del SIR (ejemplo en lattice)

$\beta=0.5, t_r=1$



Epidemia

$\beta=0.5, t_r=1$



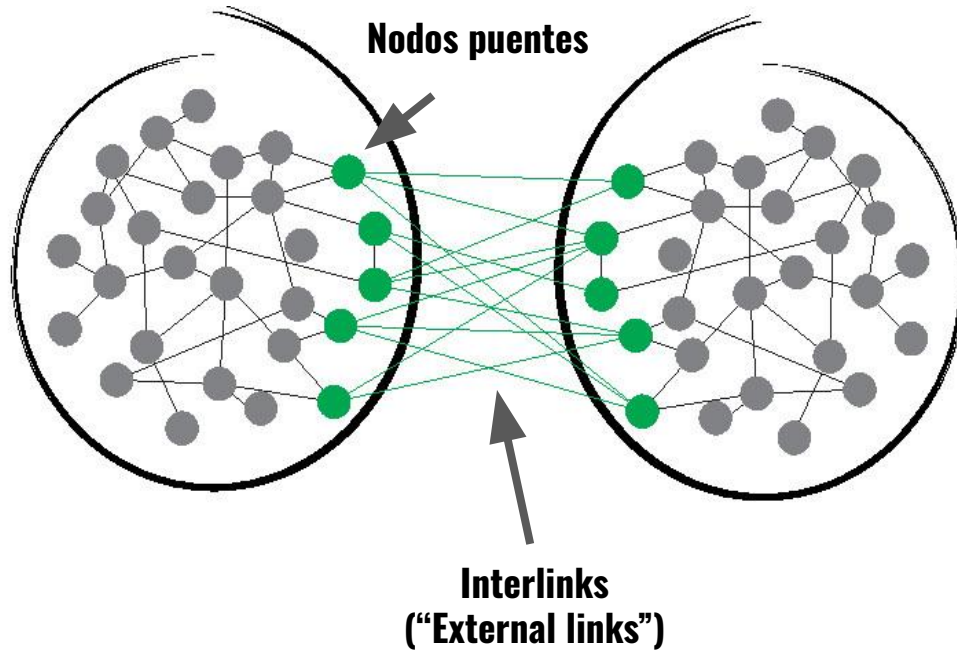
Brote

Nuestro trabajo

Estudiamos un modelo SIR (que se relaciona con percolación de links) sobre una red con dos comunidades con nodos puentes

- **R**: La fracción de individuos recuperados al final de la epidemia
- **$T=1-(1-\beta)^{tr}$** : es la transmisibilidad

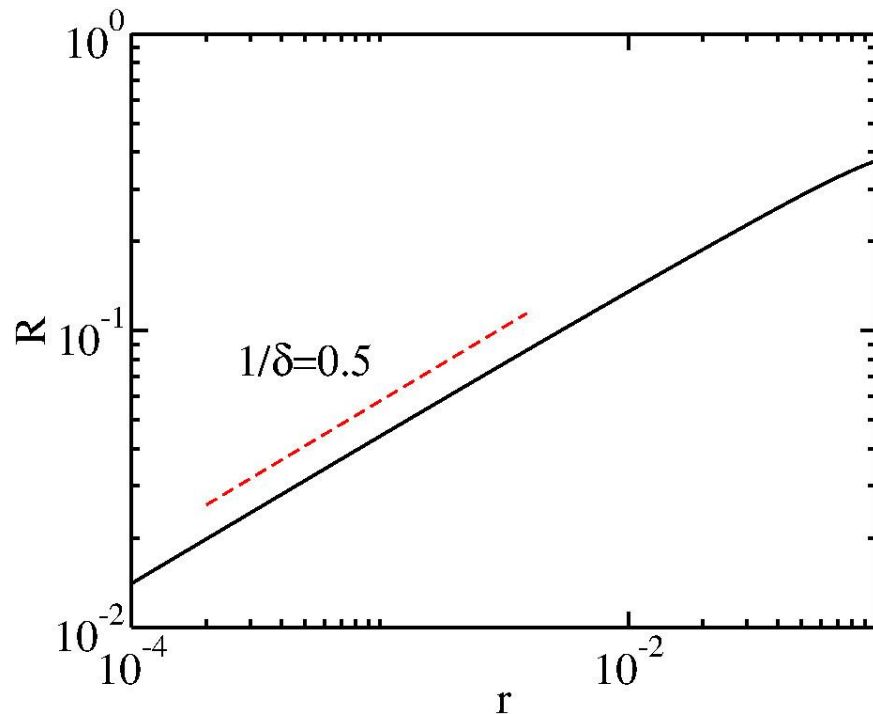
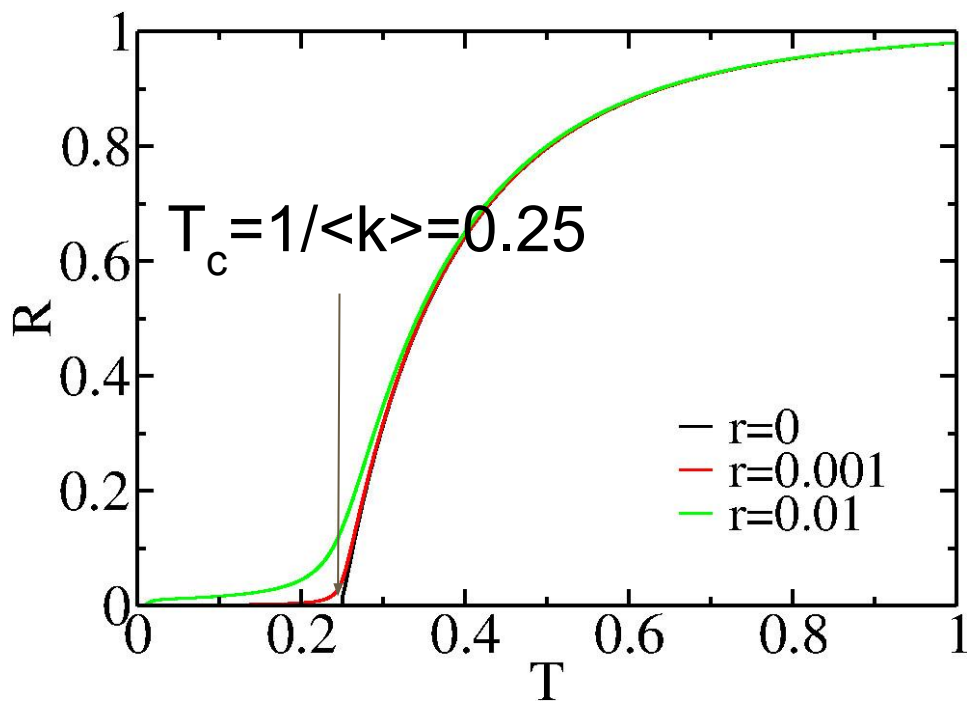
MODELO



- **r**: es la fracción de nodos puentes

PRIMEROS RESULTADOS

Dos redes ER con $\langle k \rangle = 4$



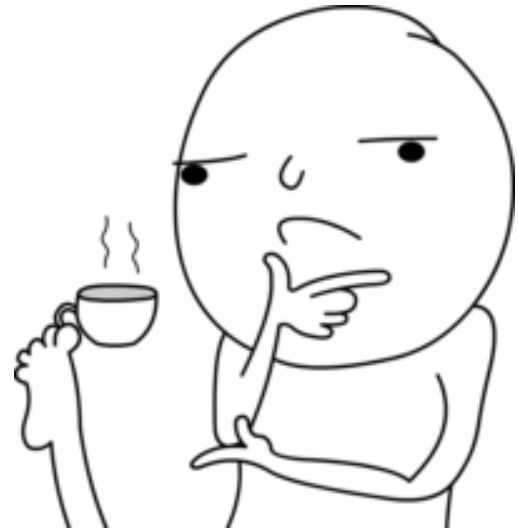
PRIMER CONCLUSIÓN

- Para un modelo epidémico SIR también se observa un comportamiento similar al de un campo externo.

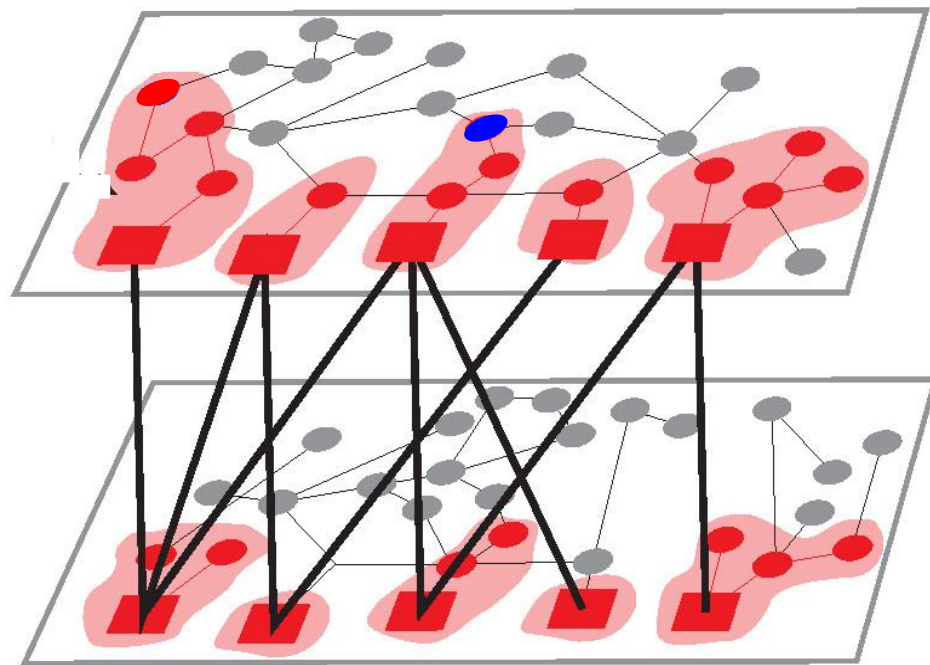
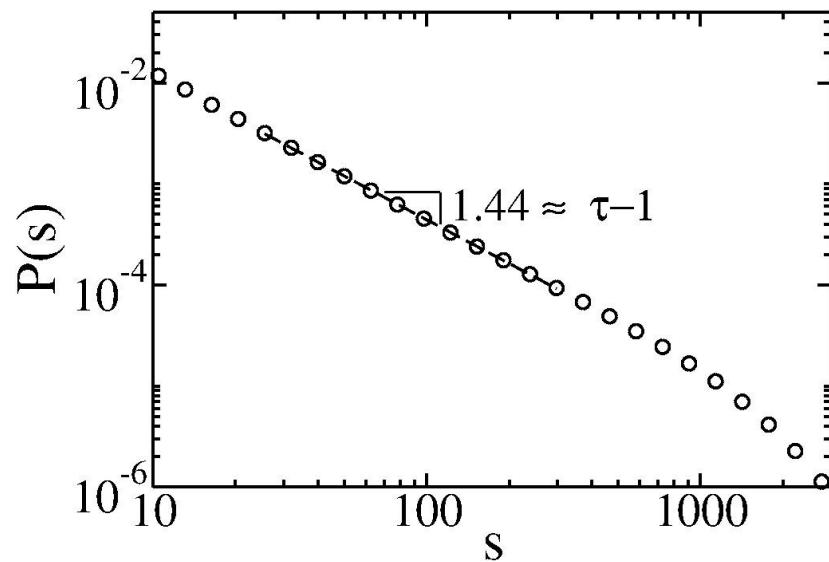
$$R \sim r^{1/\delta}$$

PREGUNTA

- ¿Cómo se puede explicar este fenómeno de “campo externo” desde un punto de vista geométrico o estructural?



Probabilidad de tamaños de
clústeres (mirando una sola
comunidad)



$$R \sim r^{1/\delta}$$

δ y clusters finitos

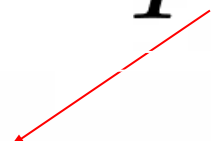
- $\delta = 1 + \gamma/\beta$  Identidad de Widom
- $\delta = 1/(\tau - 2)$

.... τ es el “exponente de Fisher”: el exponente de la distribución de tamaños de clústeres finitos

n_s !!!!

$$\begin{aligned}
 R &\approx \sum_{s=1}^{\infty} P(s) (1 - (1-r)^s) \\
 &\approx \dots \\
 &\approx r^{1/\delta}
 \end{aligned}$$

$P(s) \sim s^{-\tau+1}$

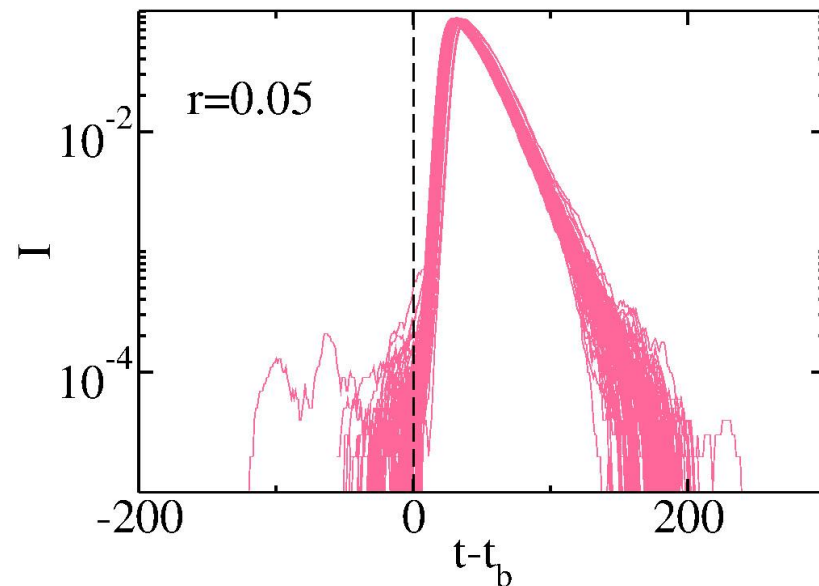
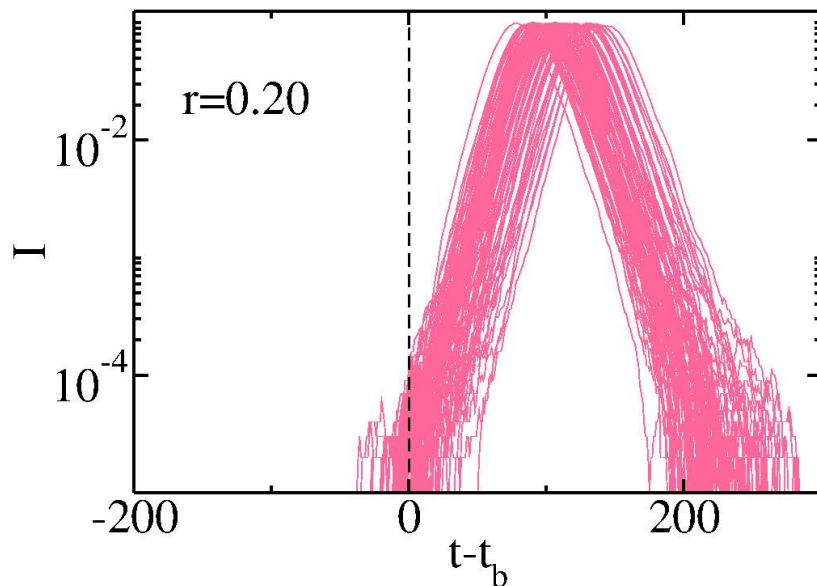


SEGUNDA CONCLUSIÓN

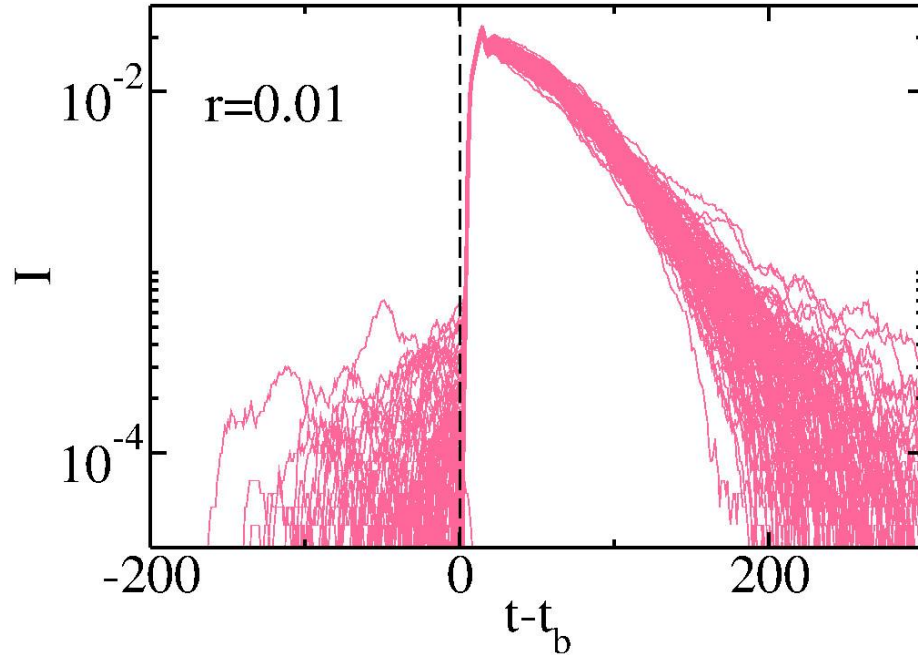
- Las simulaciones+teoría indican que el cluster total de infección está formado por cluster finitos/brotes unidos por los nodos puentes.

RESULTADOS: DINÁMICA

- DEFINICION: el tiempo cuando el primer nodo puente es infectado t_b

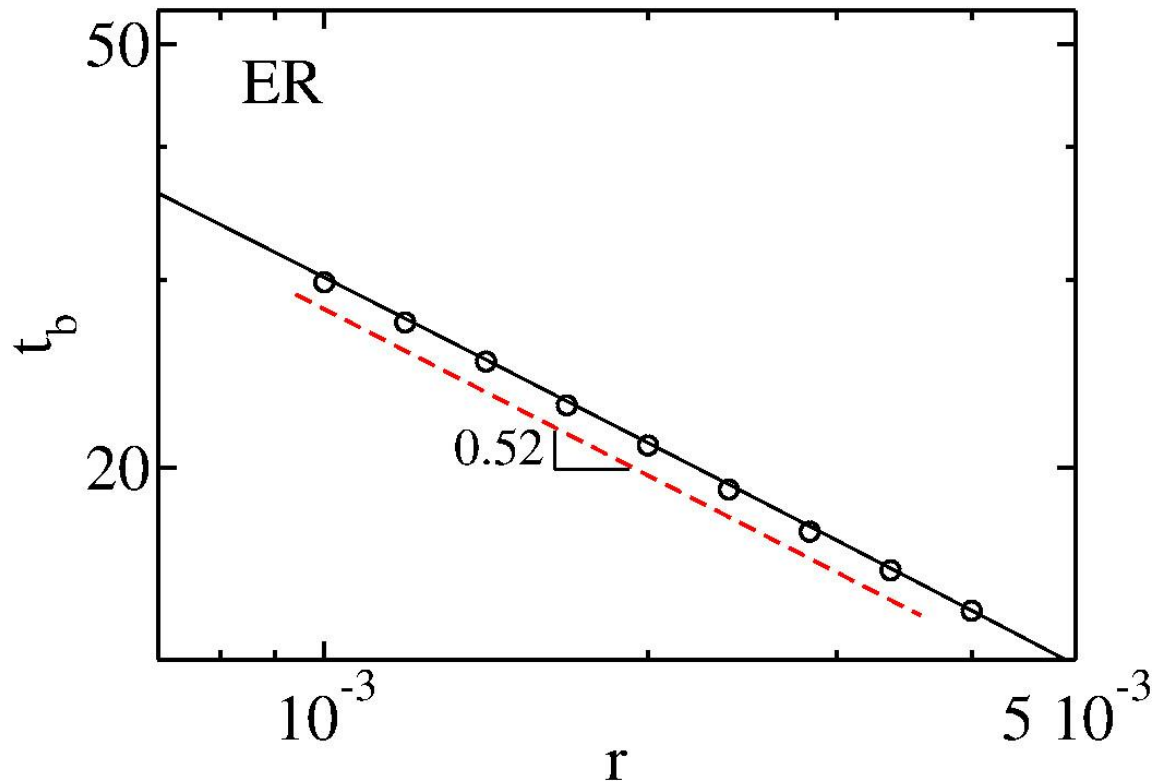


RESULTADOS: DINÁMICA



- A medida que r decrece, el número de personas infectadas explota solo después de que el primer nodo puente es infectado.
- Es de interés calcular el tiempo t_b en el cual el primer nodo puente se infecta porque habrá un rápido incremento en el número de nodos infectados.

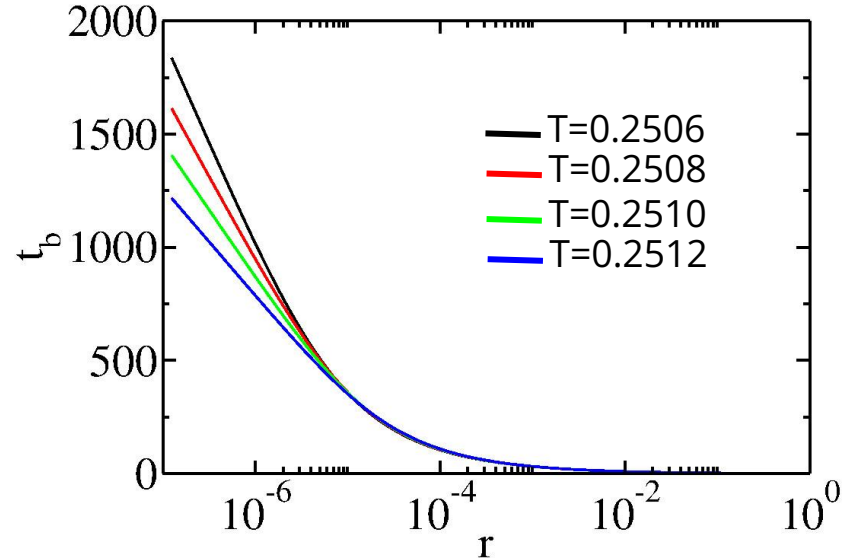
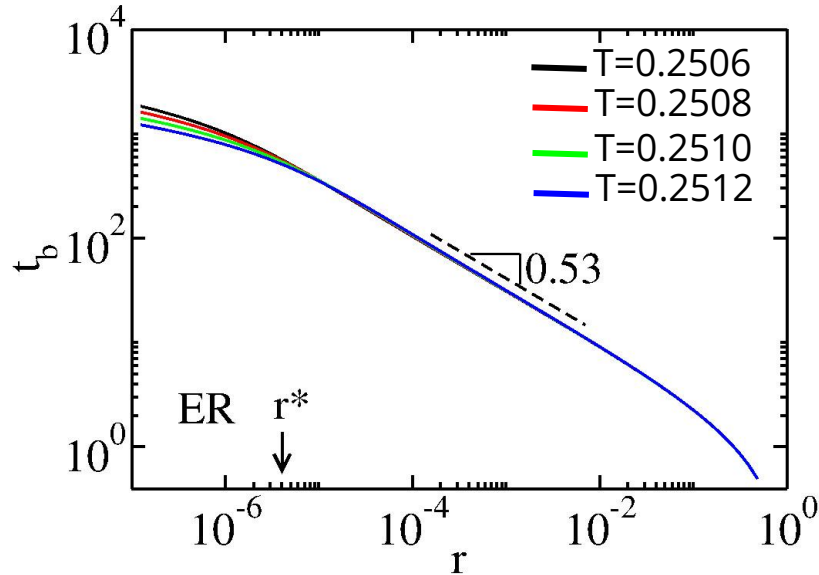
EN EL PUNTO CRÍTICO ($T=T_c$)



$$t_b \sim r^{-1/dl} = r^{-0.5}$$

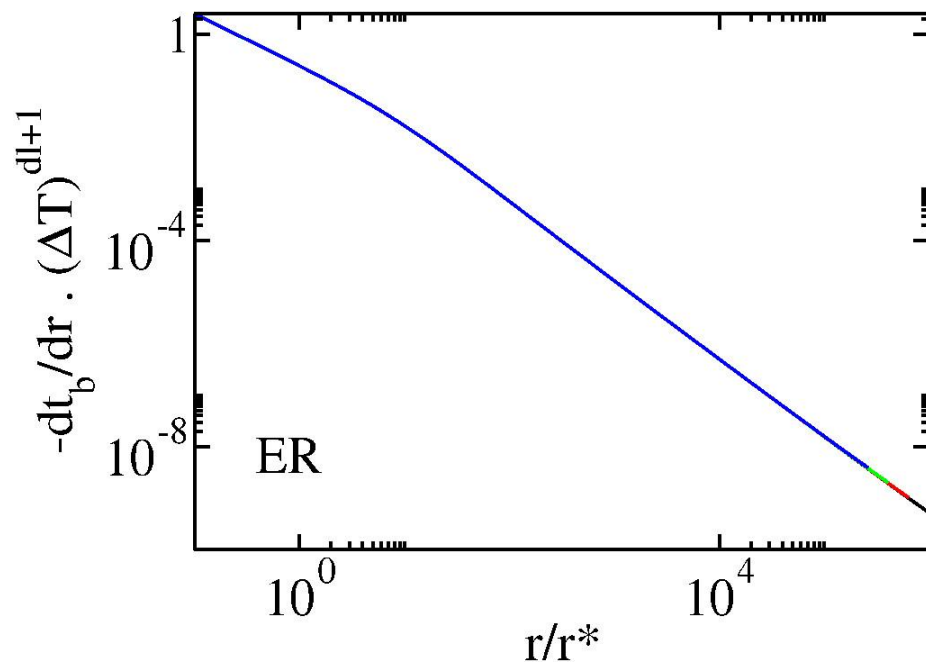
↑
Dimensión
química

POR ENCIMA DE LA CRITICALIDAD ($T \gtrsim T_c$)



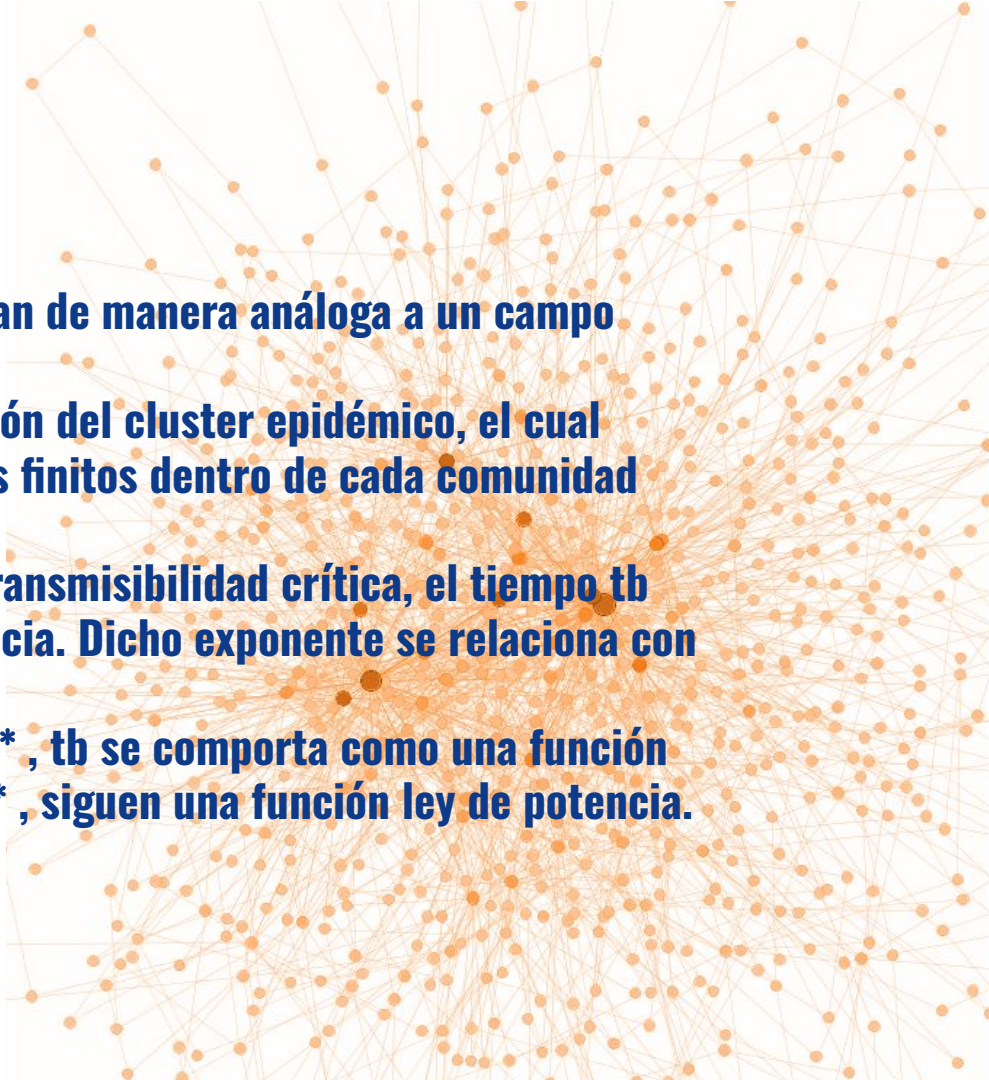
- Para valores altos de r , t_b se comporta como una ley de potencia
- Para valores bajos de r , t_b se comporta como un función logarítmica

$$t_b \sim \begin{cases} A(T, T_c) - (T - T_c)^{-1} \ln(r) & \text{if } r \ll r^* \\ r^{-1/d_l} & \text{if } r \gg r^* \end{cases}$$



CONCLUSIONES

1. **Obtenemos que los nodos puentes actúan de manera análoga a un campo externo.**
2. **Esta asociación emerge de la composición del cluster epidémico, el cual consiste en una distribución de clusters finitos dentro de cada comunidad interconectados por nodos puentes.**
3. **En el régimen estocástico, justo en la transmisibilidad crítica, el tiempo t_b exhibe un comportamiento ley de potencia. Dicho exponente se relaciona con el exponente de dimensión química.**
4. **Por encima de la criticalidad, para $r < r^*$, t_b se comporta como una función logarítmica, mientras que para $r > r^*$, siguen una función ley de potencia.**



Gracias!!

